



עזריית יבנה

קריית חינוך ע"ש גינסבורג
האורן 20 יבנה | טל. 08-9437106 | פקס. 08-9427701
מייל. ginsburg20@gmail.com



חוברת מתמטיקה

לתלמידי כיתות ט'

הקבצה א'

12



שם התלמיד: _____

דף סיכום בנושא : פרוק לגורמים- שכבה ט'-א

1) $-(x+3)(3-x)=?$

1] $9-x^2$	2] x^2-9
3] $(x-3)^2$	4] $(3-x)^2$

2) $5x\left(\frac{x}{5}-\frac{5}{x}\right)=? \quad x \neq 0$

1] x^2-5	3] $(x-5)^2$
2] $(x-5)(5+x)$	4] $(5-x)(5+x)$

3) $\left(\frac{3}{4y}-\frac{2}{3x}\right)^2 \quad x, y \neq 0$

1] $\frac{9}{16y^2}-\frac{1}{xy}+\frac{4}{9x^2}$	2] $\frac{81x^2-64y^2}{144x^2y^2}$
3] $\frac{9}{16y^2}-\frac{6}{12xy}+\frac{4}{9x^2}$	4] $\frac{1}{12xy}$

4) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+\sqrt{24}=?$

1] $1-\sqrt{24}$	2] $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$
3] $\sqrt{3}-\sqrt{24}$	4] 5

5) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-\sqrt{60}=?$

1] $\sqrt{8}-\sqrt{3}$	2] 8
3] $8-\sqrt{30}$	4] $8-60$

6) $a^2+b^2=170$

$b+a=18$

נתון:

מהו $ab=?$

1] 45	2] 72
3] 77	4] 80

7) $x^2+y^2=11$

$xy=4$

נתון:

$(x+y)^2=?$

מהו:

1] 11	2] 20	3] 19	4] 15
-------	-------	-------	-------

8) $(a+b)^2=0$

$a^2+b^2=2$

נתון:

מה מאלה מתקיים תמיד?

1] $[a] > [b]$	2] $ab=-1$
3] $-a^2 > b^2$	4] $a+b=\sqrt{2}$

9) $(x-y)^2=(x+y)^2$

נתון: מה מאלה נכון תמיד?

1] $x=0$	2] x או y שווים ל-0.
3] $y=0$	3] הן x והן y שווים ל-0.

10) מה ניתן לומר על ערכו של הביטוי?

$\frac{x^2+5x+4}{x+1}$

$x+1$

$x > 0$

אם ידוע?

1] הוא גדול מ-4.

2] הוא בין 1 ל-4.

3] הוא קטן מ-3.

4] לא ניתן לדעת.

נתון: 11) $\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = 1$ $a \neq -b$ מה מהבאים לא יתכן: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">1] $a < b$</td> <td style="width: 50%;">2] $a = 0$</td> </tr> <tr> <td>3] $b = 0$</td> <td>4] a ו- b שונים מ-0.</td> </tr> </table>	1] $a < b$	2] $a = 0$	3] $b = 0$	4] a ו- b שונים מ-0.	12) נתונה המשוואה: $x^3 + 4x^2 + 4x = 0$ כמה ערכים שונים של x מקיימים את המשוואה? 1] פתרון אחד. 2] שני פתרונות. 3] שלושה פתרונות. 4] אין פתרונות למשוואה.						
1] $a < b$	2] $a = 0$										
3] $b = 0$	4] a ו- b שונים מ-0.										
13) כמה פתרונות שונים יש למשוואה הבאה? $(x-3)^2 - 16 = 0$ 1] פתרון אחד. 2] שני פתרונות. 3] שלושה פתרונות. 4] אין פתרונות למשוואה.	14) מהו ערכו של הביטוי הבא? $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{b - a} =$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">1] $a - b$</td> <td style="width: 50%;">2] $a + b$</td> </tr> <tr> <td>3] $-a - b$</td> <td>4] $b - a$</td> </tr> </table>	1] $a - b$	2] $a + b$	3] $-a - b$	4] $b - a$						
1] $a - b$	2] $a + b$										
3] $-a - b$	4] $b - a$										
15) $a \cdot b = 1$ $5 - a^2 - b^2 = 3$ נתון: מהו ערכו של: $(a+b)^2$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 25%;">1] 2</td> <td style="width: 25%;">2] 3</td> <td style="width: 25%;">3] 4</td> <td style="width: 25%;">4] לא ניתן לדעת</td> </tr> </table>	1] 2	2] 3	3] 4	4] לא ניתן לדעת	16) נתון: $\begin{aligned} x + y &= A \\ x - y &= B \end{aligned}$ הבע באמצעות A ו- B את: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%;">1] $x^2 - y^2$</td> <td style="width: 50%;">4] $2x^2 + 2y^2$</td> </tr> <tr> <td>2] $x^2 - 2xy + y^2$</td> <td>5] $4xy$</td> </tr> <tr> <td>3] $x^2 + 2xy + y^2$</td> <td>6] $4x^2$</td> </tr> </table>	1] $x^2 - y^2$	4] $2x^2 + 2y^2$	2] $x^2 - 2xy + y^2$	5] $4xy$	3] $x^2 + 2xy + y^2$	6] $4x^2$
1] 2	2] 3	3] 4	4] לא ניתן לדעת								
1] $x^2 - y^2$	4] $2x^2 + 2y^2$										
2] $x^2 - 2xy + y^2$	5] $4xy$										
3] $x^2 + 2xy + y^2$	6] $4x^2$										
17) הוכח: $n^2 - n$ הוא מספר זוגי לכל n טבעי. 18) הוכח: $(5n-3)^2 - (n-3)^2$ מתחלק ב-48 ללא שארית. 19) הוכח: $(n^2 + 2n)(n^2 - 1)$ מתחלק ב-24 ללא שארית לכל n טבעי.											
20) כתוב בצורת מכפלה: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">1] $a^{n+2} - 5a^{n+1} + 6a^n$</td> <td style="width: 33%;">2] $a^{n+2} + 2a^{n+1} + a^n$</td> <td style="width: 33%;">3] $a^{n+2} - 9a^n$</td> </tr> </table>		1] $a^{n+2} - 5a^{n+1} + 6a^n$	2] $a^{n+2} + 2a^{n+1} + a^n$	3] $a^{n+2} - 9a^n$							
1] $a^{n+2} - 5a^{n+1} + 6a^n$	2] $a^{n+2} + 2a^{n+1} + a^n$	3] $a^{n+2} - 9a^n$									
21) באיזה תנאי מתקיים: $xy - x = 0$?											



פרקו לגורמים, רשמו את תחום ההצבה ופתרו את המשוואות. (1)

$$\frac{x-3}{5x} \cdot \frac{x+x^2}{2x^2-6x} = \frac{1}{5}$$

ד.

$$\frac{x+1}{9x} \cdot \frac{45}{18x+18} = \frac{5}{9}$$

א.

$$\frac{x^2+7x}{3x^2} \cdot \frac{12x^2+9x}{x+7} = 0$$

ה.

$$\frac{x+2}{4-2x} \cdot \frac{20-10x}{5x+10} = 1$$

ב.

$$\frac{x^2+10x+25}{2x^2+12x+18} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-25} = 0$$

ו.

$$\frac{7(x-2)}{14+7x} \cdot \frac{4-x^2}{12-6x} = 0$$

ג.

בדקו את הבוחן, קבעו באילו שלבים יש שגיאות, תיקנו אותם ופתרו. (2)
הציבו את הפתרון במשוואה המקורית ובדקו אותו.

בוחן

פתרו את המשוואות.

$$\frac{2}{a-2} + \frac{4}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

ג.

$$\frac{2}{a} + \frac{a-7}{a^2} = -\frac{7}{a^2}$$

א.

תחום הצבה: $a \neq 2$

תחום הצבה: $a \neq 0$

$$\frac{2}{a-2} + \frac{4}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{a} + \frac{a-7}{a^2} = -\frac{7}{a^2} \quad / \cdot a^2$$

$$\frac{2 \cdot 5 + 4}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$2a + a - 7 = -7$$

$$\frac{14}{5a-10} = \frac{1}{5}$$

$$3a - 7 = -7 \quad / +7$$

$$\frac{7}{5a-5} = \frac{1}{5} \quad / \cdot 5(a-1)$$

$$3a = 0$$

$$7 = a - 1 \quad / +1$$

$$a = 0$$

$$a = 8$$

$$\frac{20}{a^2-4} + \frac{1}{a+2} = \frac{5}{a-2}$$

ד.

$$\frac{a-1}{a+1} - \frac{1-a}{a^2+a} = \frac{a}{a+1}$$

ב.

תחום הצבה: $a \neq 2, a \neq -2$

תחום הצבה: $a \neq -1, a \neq 0$

$$\frac{20}{a^2-4} + \frac{1}{a+2} = \frac{5}{a-2} \quad / \cdot (a-2)(a+2)$$

$$\frac{a-1}{a+1} - \frac{1-a}{a^2+a} = \frac{a}{a+1} \quad / \cdot a(a+1)$$

$$20 + a - 2 = 5(a+2)$$

$$a(a-1) - 1 - a = a^2$$

$$18 + a = 5a + 10 \quad / -a - 10$$

$$a^2 - a - 1 - a = a^2 \quad / -a^2$$

$$8 = 4a$$

$$2a = 1$$

$$a = 2$$

$$a = \frac{1}{2}$$

ב ה צ ל ח ה

דף עבודה שבועי מספר 4

יש להציג דרך פתרון בכל השאלות.

1. סמנו את הביטוי הגדול ביותר, נמקו:

I. $\left(3 - 2\frac{3}{4}\right)^2$ II. 4^{-2} III. $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ IV. $\frac{1^2}{4}$ V. -2^{-4}

$$\frac{5a^2(2x-a)}{-a(a-2x)}$$

2. רשמו תחום הצבה ופשטו את הביטוי:

3. נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2 - 5$ ו- $g(x) = 2x^2 - 3x$

א. האם לגרף פונקציה $m(x) = (x-3)^2 + 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.

ב. האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2 + 3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו.

ג. האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x-3)^2 - 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.

ד. חשבו את ערכי x עבורם $f(x) = g(x)$.

4. נתון: משולש ABC

$$AC \perp AB, BC \perp AD$$

א. הוכיחו $\triangle ADC \sim \triangle BDA$

ב. נתון: $CD = 6$ ס"מ, $BD = 24$ ס"מ

1. חשבו את הגובה AD לצלע BC

2. חשבו את שטח משולש ABC

3. חשבו את יחס הדמיון בין המשולשים מסעיף א'

4. חשבו את היחס בין השטחים של משולשים ADC, BDA

ג. חשבו את אורך הצלע AC (דייקו עד 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית)

ד. סמנו את התשובה הנכונה ונמקו:

I. היקף המשולש ABC קטן מ 70.25 ס"מ

II. היקף המשולש ABC שווה ל 70.25 ס"מ

III. היקף המשולש ABC גדול מ 70.25 ס"מ

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

5. על מגרש מלבני שהיקפו 60 מ' בנו מבנה מגורים מלבני.

הצלע הארוכה של המבנה היא 80% מהצלע הארוכה של המגרש, הצלע הקצרה של המבנה היא 50%

מהצלע הקצרה של המגרש. שטחו של המבנה 80 מ"ר.

א. מהן מידות המגרש? ציינו יחידות מידה מתאימות.

ב. מה היקפו של מבנה המגורים?

ג. על חלק המגרש שנותר אחרי בניית המבנה שתלו דשא. מה שטח הדשא?

מבנה	
מגורים	

$$\begin{cases} \frac{y-x}{3} + \frac{2x+y}{5} = -x \\ \frac{x-3}{2} - \frac{x-y}{3} = y \end{cases}$$

6. נתונה מערכת המשוואות:

איזה מהזוגות הסדורים שלפניהם הוא הפתרון של מערכת המשוואות?

IV. $(-1, 2)$

III. $(-2, 1)$

II. $(2, -1)$

I. $(1, -2)$

7. סמנו את התשובה הנכונה:

למשוואה $\frac{9}{x^2+7x} - \frac{x+3}{x^2+6x-7} = 0$ תחום הצבה: $x \neq 0, -7, 1$

I. יש שני פתרונות שונים זה מזה

II. יש פתרון יחיד

III. יש אינסוף פתרונות

IV. אין פתרון

דף עבודה שבועי מספר 5

1. נתונה המשוואה: $\frac{1}{x^2 - 2x + 1} - \frac{x}{2x - 2} = a$

א. הסבירו מדוע המשוואה $\frac{-x^2 + x + 2}{2(x^2 - 2x + 1)} = a$ שקולה למשוואה הנתונה.

ב. הסבירו מדוע $x = 1$ לא יכול להיות פתרון של המשוואה $\frac{-x^2 + x + 2}{2(x^2 - 2x + 1)} = a$

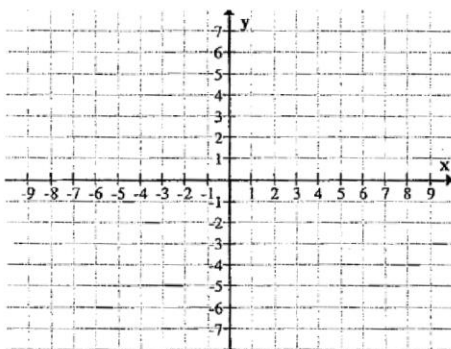
ג. פתרו את המשוואה עבור $a = 0$.

ד. הסבירו מדוע a לא יכול להיות -1 .

2. שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$m(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}, \quad g(x) = x - 2, \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

הסבירו את ההבדל בין שלושת הפונקציות.



3. פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} xy = 16 \\ x = 3y + 2 \end{cases}$$

4. EF , DE קטעי אמצעים במשולש ABC .

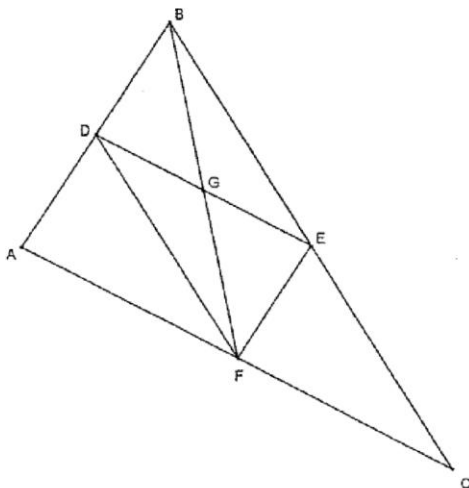
איזו טענה מהטענות הבאות נכונה תמיד? נמקו.

I. $EG = DG$

II. משולש BGE שווה שוקיים

III. $FD \perp AB$

IV. מרובע $ADEF$ מלבן



5. בעיר מסוימת מצאו ש-70% מהאנשים בעיר אוהבים מוסיקה

קלסית והאחרים אינם אוהבים.

א. מה ההסתברות לפגוש בעיר אדם אחד שאוהב מוסיקה קלסית ואדם שני שאינם אוהב?

ב. מה ההסתברות לפגוש בעיר שני אנשים שאוהבים מוסיקה קלסית אם האדם הראשון שפגשו אוהב מוסיקה קלסית?

6. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה $f(x) = 3x^2 + 14x - 5$

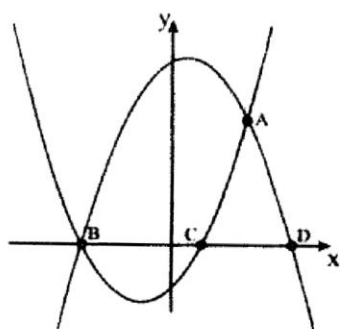
חקירת פונקציה ריבועית ע"פ נקודות האפס שלה.

לגבי כל פונקציה:

- מצא את נקודות האפס של הפונקציה.
מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- מה ניתן לומר על הקשר שבין נקודות האפס של הפונקציה ונקודת הקיצון שלה?

- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה ע"פ נקודות האפס שלה.
- ציין את סוג נקודת הקיצון. נמק!
- רשום את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של הגרף באמצעות סרגל ועיפרון. ציין על הגרף את נקודות האפס ואת נק' הקיצון שלה.

ה. $y=(x-4)(x-2)$	א. $y=(x+4)(2-x)$
ו. $y=(x+3)(x+5)$	ב. $y=-(x-4)(2+x)$
ז. $y=(x+1)(x-3)$	ג. $y=(4-x)(x+2)$
ח. $y=-(x+1)(x-3)$	ד. $y=-(x+4)(x-2)$

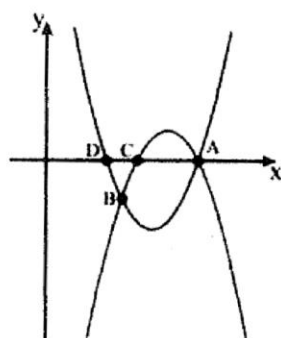


בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$g(x) = -x^2 + x + 12$$

- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?
- חשבו את שטח המשולש ABD.
- חשבו את שטח המשולש ABC.

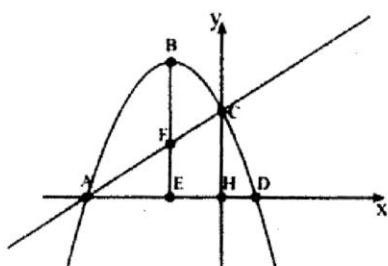


בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 7x + 10$$

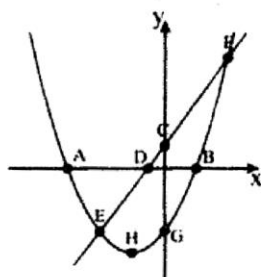
$$g(x) = -x^2 + 8x - 15$$

- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) < g(x)$?
- חשבו את שטח המשולש ABD.
- חשבו את שטח המשולש ABC.



נתון גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 - 3x + 4$.

- חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- חשבו את שטח $\triangle ACH$. הסבירו.
- רשמו את משוואת הישר AC.
- הישר BE מאונך לציר ה-x. מצאו את שיעורי הנקודה F.
- חשבו את שטח המרובע EFCH. הסבירו.
- חשבו את שטח $\triangle ACD$. הסבירו.

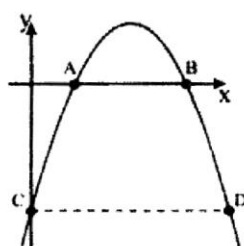


נתונים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

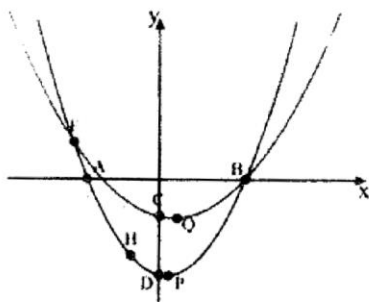
$$g(x) = 4x + 2$$

- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E, F, G, H.
- חשבו את שטח המשולש ABH. הסבירו.
- עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > g(x)$?



בשרטוט גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 8x - 12$.

- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.
- מה משוואת הישר העובר דרך B ו-C?
- CD מקביל לציר ה-x, וחותר את הפרבולה בנקודות C ו-D. חשבו שיעורי הנקודה D.
- מהו סוג המרובע ABDC? הסבירו.
- חשבו את שטח המרובע ABDC.
- חשבו בקירוב את היקף המרובע ABDC.



נתונים הגרפים של הפונקציות שקודקדיהן Q ו-P.

$$f(x) = 2x^2 - x - 15$$

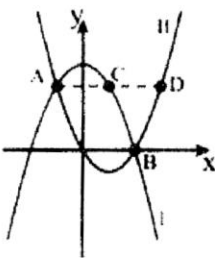
$$g(x) = x^2 - x - 6$$

א. זהו את הגרף המתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות:

Q, P, F, D, C, B, A

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f(x) < g(x)$?



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = 4 - x^2, \quad f(x) = x^2 - 2x$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

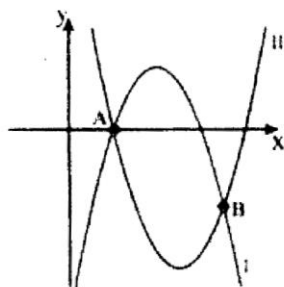
ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים: $f(x) < g(x)$?

ד. AD מקביל לציר x.

ה. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ו. מצאו אורך הקטע AD.



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

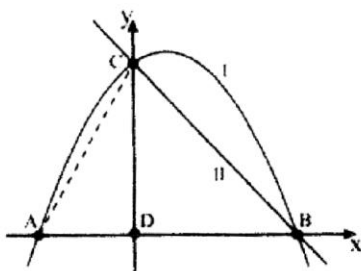
$$g(x) = -x^2 + 8x - 12, \quad f(x) = x^2 - 10x + 16$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. מצאו את אורך הקטע AB (הדרכה: היעזרו במשולש ישר זווית).

ד. באיזה תחום מתקיים $f(x) > g(x)$?



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -3x + 15, \quad f(x) = -x^2 + 2x + 15$$

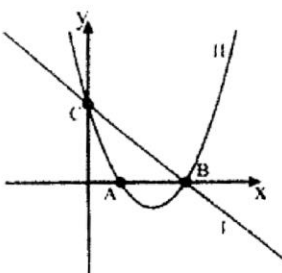
א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. חיברנו A עם C, והתקבל המשולש ABC. חשבו את שטחו.

ד. חשבו את אורכי הקטעים AC ו-CB (היעזרו במשפט פיתגורס).

ה. חשבו בקיחב, את היקף המשולש ABC.



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -x + 3, \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$$

א. התאימו גרף לכל פונקציה.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.

ד. חשבו את אורכי הקטעים AC ו-BC (היעזרו במשפט פיתגורס).

ה. חשבו בקיחב, את היקף המשולש ABC.

פונקציות

1. פשטו את הביטויים ומיינו לארבע קבוצות:

פונקציות קוויות, פונקציות ריבועיות, פונקציות מסוג אחר, לא פונקציות:

פונקציות קוויות	• $f(x) = x(x-5) - (x+2)(x-4)$
פונקציות ריבועיות	• $g(x) = (x-2)^2 + (2x-5)^2$
פונקציות מסוג אחר	• $m(x) = \frac{3x-5}{7}$
לא פונקציות	• $m(x) = \frac{2x^2-5x+7}{x} \quad x \neq 0$
	• $x = 2$
	• $t(x) = x(x-3)^2 - (x+5)^2$
	• $\frac{3y+x}{2} = 4$
	• $n(x) = \frac{(x+3)^2}{2} + \frac{x+7}{4}$

2. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציות הבאות:

א. $y = 3x$ ב. $y = -x + 3$ ג. $y = 4 - 3x$ ד. $y = x^2 - 1$
ה. $y = x^2 - 2$ ו. $y = 4 - x^2$ ז. $y = (x-2)^2 + 1$ ח. $y = (x+5)(1-x)$

3. נתונות שתי פונקציות קוויות $f(x) = 0.5x - 4$

$$g(x) = mx + b$$

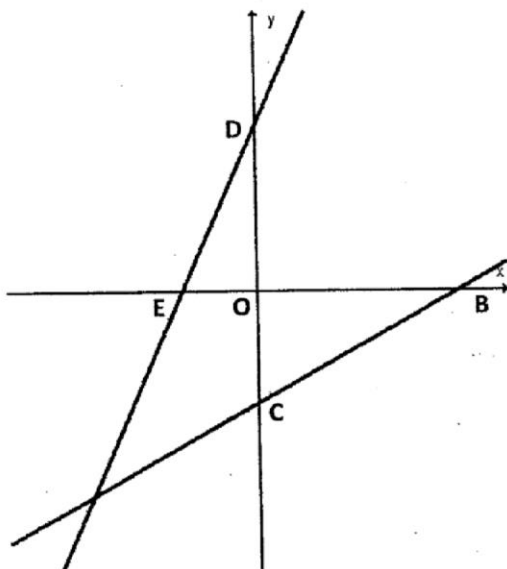
משורטטים הגרפים של שתי הפונקציות במערכת הצירים.

הישרים יוצרים משולש ישר זווית עם הצירים.

$$\frac{S_{\triangle OBC}}{S_{\triangle ODE}} = \frac{16}{9}, \triangle OBC \sim \triangle ODE \quad \text{נתון:}$$

א. מצאו את הפרמטרים m, b

ב. חשבו את היקף המרובע DECB



4. נתונה הפונקציה: $y = a(x - 3)^2 + k$

הציבו במקום הפרמטרים a ו- k ערכים לפי התנאים הבאים: (יש יותר מאפשרות אחת)

א. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בשתי נקודות שונות

ב. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר x

ג. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$

ד. לפונקציה נקודת מקסימום והיא משיקה לציר x בנקודה אחת.

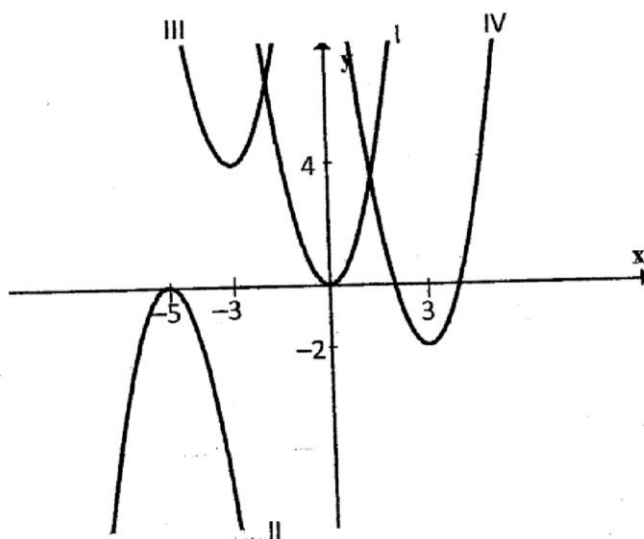
5. הפונקציה של פרבולה מספר I בשרטוט היא $y = 2x^2$

א. כתבו את ציר הסימטריה של הפרבולה המסומנת במספר II

ב. כתבו את שיעורי הקדקוד של הפרבולה המסומנת במספר III

ג. כתבו את הפונקציה הריבועית המתאימה לפרבולה המסומנת במספר IV

ד. חשבו את נקודות החיתוך עם הצירים של הפרבולה המסומנת במספר IV



6. נתונה הפרבולה $y = (2 - x)(x + 7)$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x

ב. באיזה תחום הפונקציה חיובית?

ג. כתבו את משוואת הקו הישר העובר דרך קדקוד הפרבולה הנתונה ודרך נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר y .

7. א. לפרבולות: $y = x^2 - 3x$ ו- $y = -x^2 + 3x$ אותן נקודות חיתוך עם ציר x .

נכון / לא נכון (סמנו את התשובה הנכונה) ונמקו.

ב. לפרבולות: $y = 2x^2 - 10x + 12$ ו- $y = 2(x - 5)^2 + 12$ אותה נקודת חיתוך עם ציר y .

נכון / לא נכון (סמנו את התשובה הנכונה) ונמקו.

8. בשעה 08:00 יצא הולך רגל מכפר סבא צפונה במהירות קבועה מסויימת. שעתיים אחריו

יצא רוכב אופניים באותה דרך. בשעה 11:00 נפגשו הולך הרגל ורוכב האופניים. המרחק

של רוכב האופניים מכפר סבא (y) מתואר ע"י הפונקציה:

$$y = -x^2 + 14x - 24 \quad \text{כאשר } x - \text{מייצג את הזמן שחלף מהשעה 8:00}$$

רוכב האופניים נסע עד לנקודה A ואז הסתובב וחזר לכפר סבא.

הגרף מתאר את תנועת הולך הרגל ואת תנועת רוכב האופניים.

א. מצאו את המרחק עד הפגישה.

ב. מצאו את מהירות הולך הרגל.

ג. מצאו באיזו שעה נפגשו הולך הרגל ורוכב האופניים

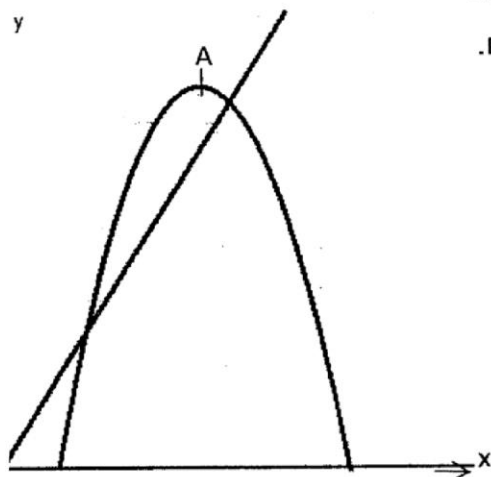
בפעם השנייה.

ד. באיזה מרחק מכפר סבא הסתובב רוכב האופניים?

ה. באיזו שעה הגיע רוכב האופניים לכפר סבא?

ו. באיזה מרחק מכפר סבא היה הולך הרגל

בשעה שרוכב האופניים הגיע לכפר סבא?



9. גרף הפונקציה $h(x)$ נוצר על ידי הזזת הפונקציה $f(x) = x^2$.

נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- x) הן $(2,0)$ ו $(8,0)$ ונקודת

הפרבולה $h(x)$ מונח על הישר $y = -9$.

א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה $h(x)$?

ב. רשמו את משוואת הפרבולה $h(x)$.

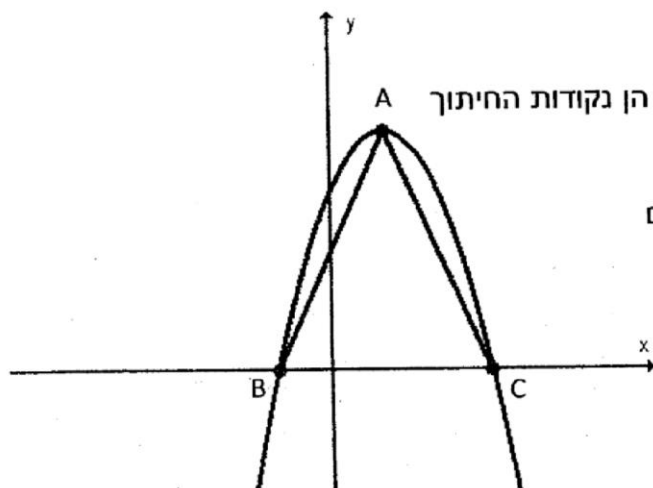
ג. שרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x)$.

ו. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $h(x)$ כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה שיש

לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?



10. נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 2x + 3$,

הנקודה A היא נקודת הקדקוד, הנקודות B, C הן נקודות החיתוך

עם ציר x.

א. כתבו את משוואות הקווים הישרים שעליהם

מונחים הקטעים AB, AC

ב. איזה סוג משולש הוא משולש ABC? נמקו.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.

11. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = ax^2 + bx + 5$

א. מה משותף לכל הפונקציות מהמשפחה?

ב. ידוע ש- $a > 0$ ו- $b < 0$. איזו טענה מהטענות הבאות אינה נכונה בהכרח:

i. ציר הסימטריה של גרף הפונקציה עובר ברביעים הראשון והרביעי

ii. לגרף הפונקציה יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x

iii. קיימת נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון שערך ה- y שלה הוא 5

iv. לפונקציה נקודת מינימום

ג. נתונות שתי פונקציות מהמשפחה $f(x) = ax^2 + bx + 5$. באחת $a > 0$ ו- $b < 0$ ובשנייה

$a < 0$ ו- $b > 0$, כמו כן ידוע שהערכים של a ושל b נגדיים זה לזה.

מה משותף לשתי הפונקציות ומה שונה ביניהן?

12. נתונות הפונקציות $f(x) = (x-3)^2$ ו- $g(x) = x-1$

לפניכם שרטוט הגרפים של הפונקציות:

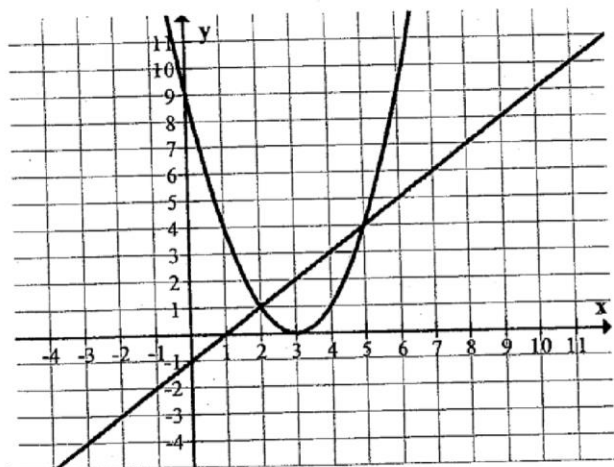
א. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$

ב. שרטטו (בקו מקווקו) על אותה מערכת צירים

גרף של הפונקציה $m(x) = (x-3)^2 - 4$

ג. מצאו עבור אילו ערכים של x

$m(x) = g(x)$ (הציגו פתרון אלגברי)



13. נתונות הפונקציות $y = a(x-2)^2 - 3$, $y = mx + 5$.

א. מה צריך להיות הערך של m אם נתון שהגרף של הפונקציה הקווית עובר דרך הקדקוד של הפונקציה הריבועית?

ב. מה צריך להיות הערך של a אם נתון שהגרף של הפונקציה הריבועית עובר דרך נקודת החיתוך עם ציר ה- y של הפונקציה הקווית?

14. א. נתונה משפחה של פונקציות קוויות מהצורה $y = 2x + b$

בטאו את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר x באמצעות הפרמטר b .

ב. נתונה משפחה של פונקציות קוויות מהצורה $y = mx + 3$, $m \neq 0$

בטאו את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר x באמצעות הפרמטר m .

15. נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

א. מצאו את שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה.

היעזרו בשיעורי הקדקוד של הפרבולה שמצאתם כדי לענות על סעיפים ב' ג'

ב. נתון כי $f(-1) = 10$, מצאו את $f(3)$ מבלי להציב בפונקציה.

ג. $f(5) = 46$. נתון כי $f(x) = 46$ מצאו את x אם $x \neq 5$

ד. נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x נמצאות:

i. בחלק החיובי של ציר x

ii. נקודה אחת בראשית הצירים והשנייה בחלק החיובי של הציר

iii. נקודת אחת בחלק החיובי של ציר x ונקודה אחת בחלק השלילי של הציר

iv. בחלק השלילי של ציר x

נמקו.

16. בפונקציה ריבועית $t(x)$ נתון: $t(0) = t(-5) = 2$

א. מה שיעור ה- x של קדקוד הפרבולה?

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות מתאימה לנתונים הנ"ל?

ii. $t(x) = 2x^2 + 10x + 2$

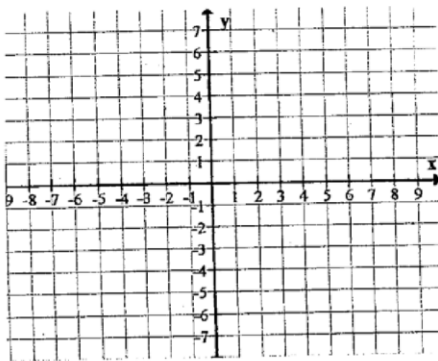
i. $t(x) = x^2 - 5x + 2$

iv. $t(x) = -2x^2 - 10x - 2$

iii. $t(x) = x^2 + 5x + 1$

17. נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2 - 5$ ו- $g(x) = 2x^2 - 3x$ ענו על הסעיפים הבאים
ונמקו כל סעיף

- א. האם לגרף פונקציה $m(x) = (x-3)^2 + 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?
ב. האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2 + 3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$? ג.
האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x-3)^2 - 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?
ד. חשבו את ערכי x עבורם $f(x) = g(x)$.



18. שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$m(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}, \quad g(x) = x - 2, \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

הסבירו את ההבדל בין שלושת הפונקציות.

19. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה

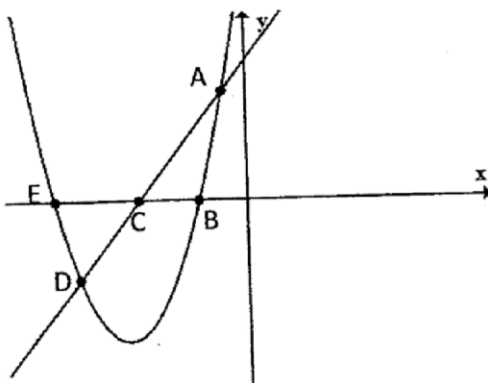
$$f(x) = 3x^2 + 14x - 5$$

20. א. השלימו מספרים כך שתתקבל פונקציה ריבועית שבה שיעור ה- x של קדקוד
הפרבולה יהיה $x = 3$: $f(x) = (x + \underline{\hspace{1cm}})(x - \underline{\hspace{1cm}})$

ב. חשבו את שיעור ה- y של נקודת הקדקוד בהתאם למספרים שהשלמתם.

21. נתונה הפונקציה: $g(x) = (x-5)^2 + 4$

א. השלימו: $g(3) = g(\square)$ ב. הסבירו את השיקולים בבחירת המספר שהשלמתם.



22. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 10x + 16$

ו- $g(x) = 2x + 9$. הגרפים של הפונקציות משורטטים.

א. שרטטו משולש ABC וחשבו את שטחו.

ב. שרטטו משולש DEC וחשבו את שטחו.

ג. חשבו את שטח המרובע ABDE

ד. מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך

הנקודות D ו- B.

ד. מצאו את התחום המשותף בו $f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$

23. P ו-M הן שתי נקודות סימטריות על פרבולה, שציר הסימטריה שלה הוא $x = 3$ וכן $M(-1, 5)$. מצאו את שיעורי הנקודה P. הסבירו באמצעות תרשים.

24. נתונה הפונקציה $f(x) = 2(x - 5)^2 - 4$

נתונות טענות המתייחסות לפונקציה. סמנו נכון / לא נכון ונמקו (אין צורך לחשב):

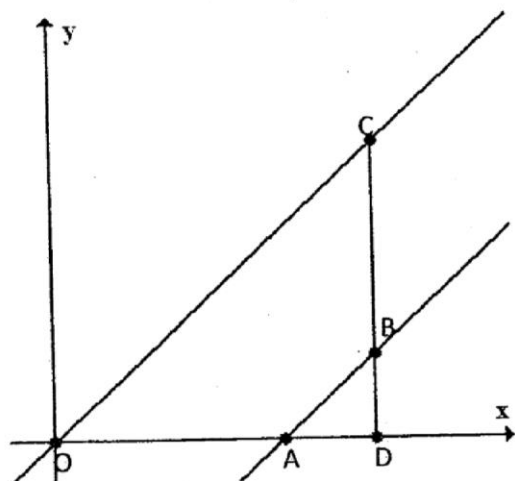
טענה	נכון / לא נכון	נימוק
לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x		
נתונה פונקציה נוספת $g(x) = -x(x - 10)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותו ציר סימטריה		
לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותה נקודת קדקוד		
נתונה הפונקציה $m(x) = 2x^2 - x - 1$. הפונקציות $f(x)$ ו- $m(x)$ "מתלכדות".		
לכל x, ההפרש בין הפונקציה $f(x)$ לפונקציה $t(x) = f(x) + 4$ הוא 4.		

25. חשבו את ציר הסימטריה של הפונקציות הריבועיות הבאות:

א. $f(x) = (x - 4)(x + 2)$ ב. $g(x) = 3(x + 5)(x - 2)$

ג. $m(x) = (x - 0.5)(x + 2)$ ד. $t(x) = (x - a)(x - b)$

26. הצלעות של המרובע ABCO מונחות על: ציר ה-x, הישר $y = x$, הישר $y = x - 5$, הישר $x = a$ $a > 5$.



- איזה מרובע הוא ABCO? נמקו.
 - הציעו ערך מתאים לפרמטר a וציינו את שיעורי הקדקודים: D, C, B, A.
 - על פי ערך ה-a שקבעתם:
- חשבו את שטח המשולש ABD
 - חשבו את שטח המשולש ADC
 - חשבו את שטח המרובע ABCO
 - מצאו את הערך של a אם ידוע ששטח המרובע ABCO שווה 22.5 יחידות ריבועיות.
- הציגו את דרך הפתרון.

27. נתונות הפונקציות: $f(x) = (2-x)(x+4)$

$$g(x) = 3x + 12$$

הנקודה A היא קדקוד הפרבולה.

הנקודות B, C הן נקודות חיתוך של הפרבולה עם ציר x. הפרבולה והישר נחתכים בנקודות A, B. א. חשבו את שיעורי נקודה A, הציגו את דרך החישוב.

ב. שרטטו את הישר העובר דרך הנקודות A ו-C וכתבו את משוואתו.

ג. חשבו את שטח המשולש ABC.

הציגו את דרך החישוב.

ד. היקף המשולש ABC הוא:

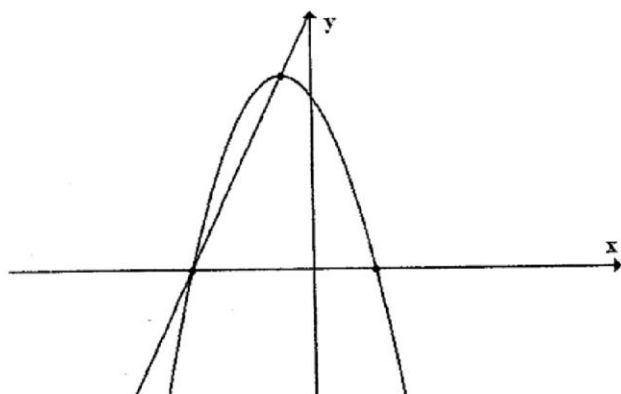
(סמנו את התשובה הנכונה)

iv. 27 מ"

iii. 15 מ"

i. $6 + 2\sqrt{90}$ מ" ii. $6 + \sqrt{180}$ מ"

נמקו:



28. משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = (x-2)(x+3)$$

$$g(x) = x + 3$$

א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C, הציגו דרך חישוב.

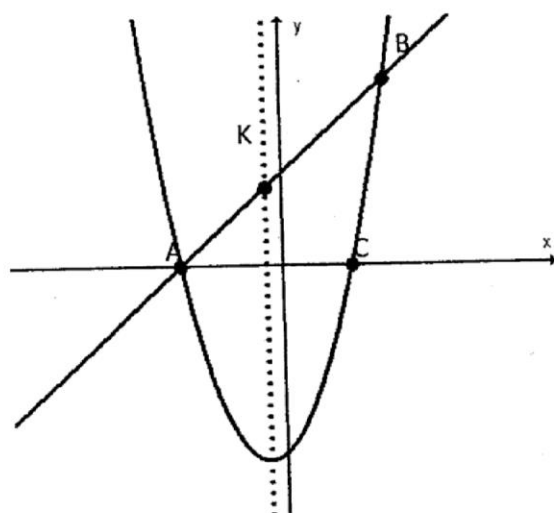
ב. רשמו את התחום בו $f(x) < 0$

ג. רשמו את התחומים בהם $f(x) > g(x)$

ד. הנקודה K נמצאת על ציר הסימטריה של $f(x)$ ועל גרף הפונקציה $g(x)$.

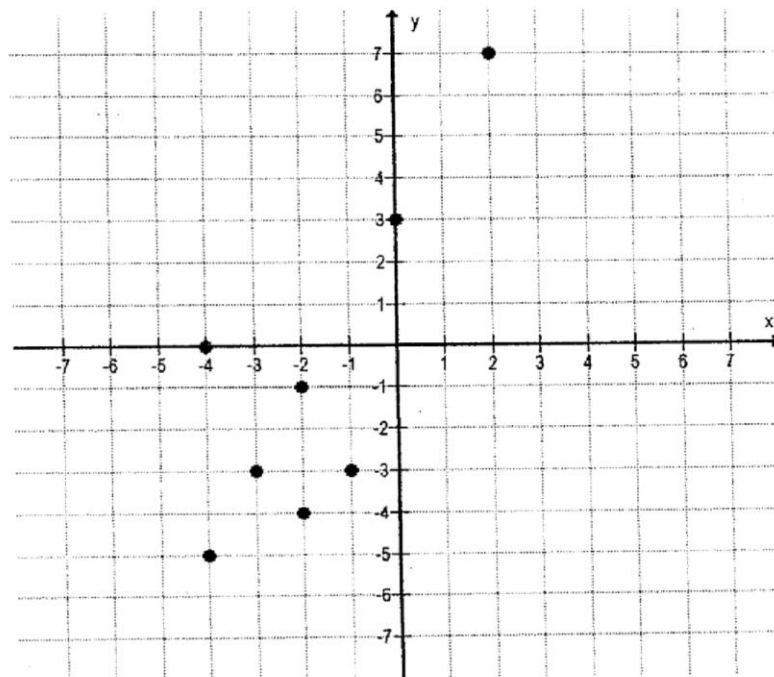
חשבו את שיעוריה. הציגו דרך חישוב.

ה. כתבו ביטוי לפונקציה ריבועית שהקדקוד שלה הוא הנקודה K (קיימות אפשרויות שונות לתשובה).



29. נתונה מערכת צירים ובה מסומנות 8 נקודות.

4 נקודות המתאימות לפונקציה קווית ו- 4 נקודות המתאימות לפונקציה ריבועית.



א. כתבו את שיעורי הנקודות המתאימות לפונקציה הקווית:

_____ , _____ , _____ , _____

ב. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית.

ג. כתבו שיעורי נקודה נוספת הנמצאת על גרף הפונקציה הקווית ברביע השני:

ד. כתבו את שיעורי הנקודות המתאימות לפונקציה הריבועית:

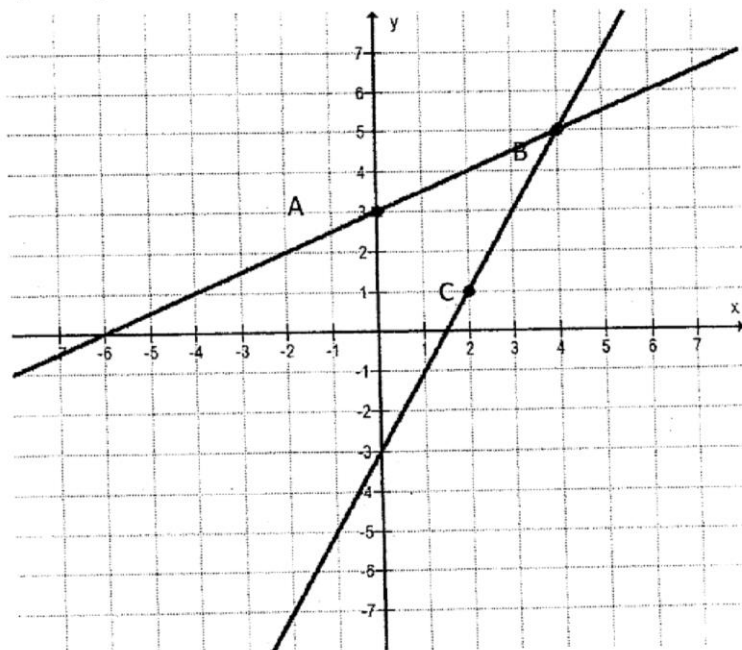
_____ , _____ , _____ , _____

ה. כתבו את משוואת הפונקציה הריבועית.

ו. כתבו שיעורי נקודה נוספת הנמצאת על גרף הפונקציה הריבועית ברביע הראשון:

ז. חשבו את שיעורי נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

30. לפניכם מערכת צירים ועליה שני גרפים של שתי פונקציות קוויות.



הנקודות A, C מונחות על הגרפים. הנקודה B היא נקודת החיתוך של הגרפים.

א. הסבירו מדוע $BC = AB$

ב. כתבו את משוואות הפונקציות הקוויות: _____ , _____

ג. סמנו נקודה D כל שיתקבל מעוין ABCD. כתבו את שיעורי הנקודה D.

ד. כתבו את משוואות הפונקציות הקוויות עליהן מונחים הקטעים AD, CD.

ה. העבירו את האלכסונים AC, BD והראו שמכפלת השיפועים של הישרים עליהם

מונחים האלכסונים שווה -1.

31. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2)^2 - 9$.

א. הנקודה (6,7) נמצאת על גרף הפונקציה.

מהי הנקודה הסימטרית לה ביחס לציר הסימטריה של הפרבולה? נמקו.

ב. מהו התחום שבו הפונקציה חיובית?

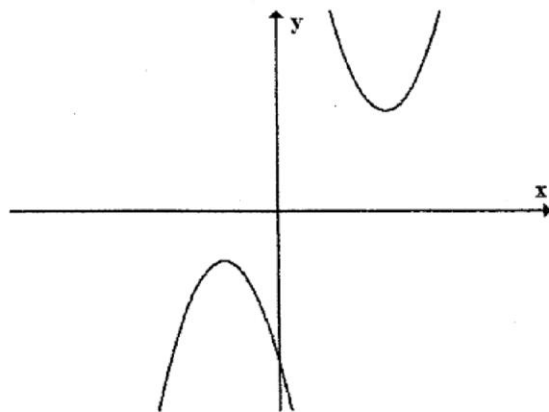
ג. חשבו את שטח המשולש שקדקודיו בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x

ובנקודת הקדקוד. הציגו את דרך החישוב. אפשר להיעזר בסקיצה של גרף הפונקציה.

ד. רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה ריבועית שאין לה נקודות

חיתוך עם ציר x. נמקו. $y = -(x - 2)^2 + m$. $m =$ _____

נימוק:



32. לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות

הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו?

נמקו את בחירתכם.

i. $y = -x^2 - 3x$, $y = x^2 - 2x + 1$

ii. $y = x^2 + 3$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

iii. $y = -x^2 - 2$, $y = (x - 4)^2 + 4$

iv. $y = (x - 4)^2 + 4$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

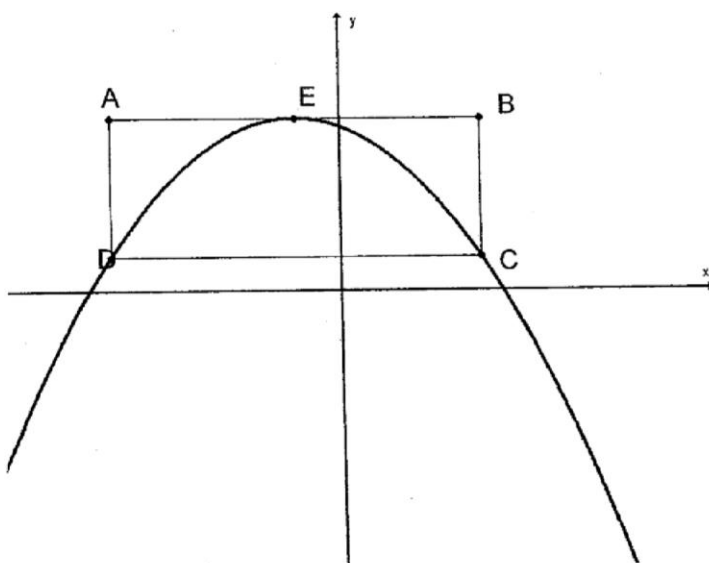
ב. חברו בקו בין נקודות הקדקוד של הפרבולות

וכתבו את משוואת הישר שמתקבל.

הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקדקודים של הפרבולות,

הציגו את דרך החישוב.



33. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + 5$

נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

שיעורי הקדקוד A של המלבן הם $(-5, 5)$.

E קדקוד הפרבולה. הנקודה E נמצאת

באמצע הצלע AB של המלבן.

הפרבולה עוברת דרך הקודקודים D, C של המלבן.

א. חשבו את שיעורי הנקודות D, C של

המלבן. נמקו.

ב. מצאו את משוואת הישר העובר דרך קדקוד הפרבולה E לקדקוד D של המלבן.

ג. חשבו את היקפו של משולש EDC.

ד. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + m$

רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה ריבועית שאין לה נקודות

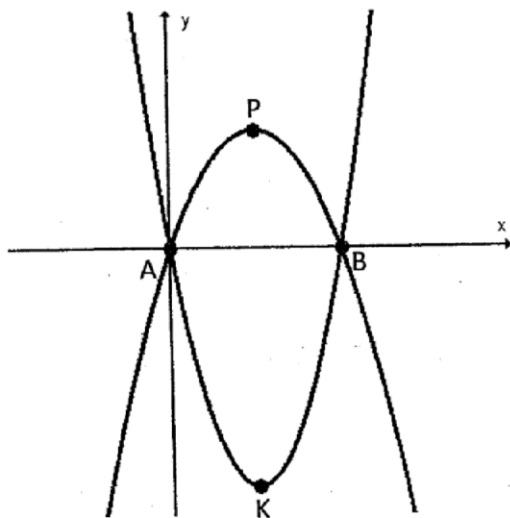
חיתוך עם המלבן. נמקו. $m = \underline{\hspace{2cm}}$

34. משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2(x-2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות P, K הן הקדקודים של הפרבולות.



א. חשבו את שיעורי הנקודות A, B , הציגו דרך חישוב.

ב. חשבו את המרחק בין P ל- K . הציגו דרך חישוב.

ג. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך A ו- P .

הציגו דרך פתרון.

ד. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון" לכל אחת מהטענות:

טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרובע שקדקודיו הם הנקודות A, B, P, K הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

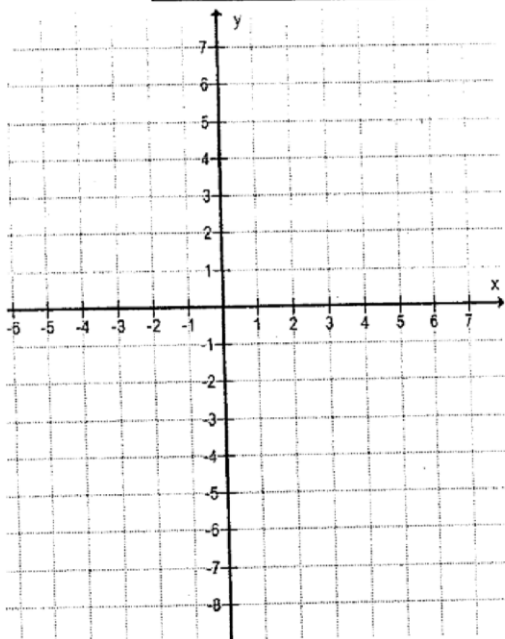
ה. השלימו:

- i. $m(x) = 2(x-2)^2 + 6$ היא הזזה אנכית של $f(x)$ ב- _____ יחידות.
ii. $t(x) = -(x-6)^2 + 4$ היא הזזה אופקית של $g(x)$ ב- _____ יחידות.

35. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x^2 - 4x - 4$.

לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון" לכל אחת הטענות, הוסיפו נימוק מתאים לכל טענה. (ניתן להיעזר בסקיצה של גרף הפונקציה למטה)

טענה	נכון	לא נכון
נקודת החיתוך עם ציר y היא $(0, -4)$		
קדקוד הפונקציה נמצא ברביע השלישי		
לפונקציה שתי נקודות חיתוך עם ציר x		
לכל פונקציה מהמשפחה $y = -3x^2 + 4x + c$ אותו ציר סימטריה כמו לפונקציה $f(x)$		
הגרף של הפונקציה $g(x) = -x - 6$ חותך את הגרף של $f(x)$ בשתי נקודות.		



36. נתונה "משפחה" של פונקציות ריבועיות מהצורה

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

לכל אחד מהמקרים הבאים תנו דוגמה לערכים המתאימים עבור b ו- c :

רשמו מהי נקודת הקיצון בכל סעיף.

א. נקודת הקיצון של הגרף היא $(0, 0)$.

ב. נקודת הקיצון של הגרף היא על ציר ה- y .

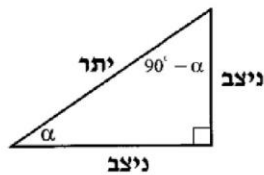
ג. נקודת הקיצון של הגרף היא על ציר ה- x .

ד. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $y = -3$.

ה. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $x = 2$.

ו. נקודת הקיצון של הגרף היא על הישר $y = x$.

משולש ישר-זווית

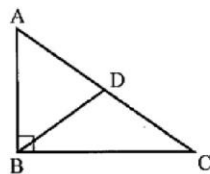


משולש ישר-זווית הוא משולש שבו זווית אחת היא זווית ישרה ושתי הזוויות האחרות הן זוויות חדות שסכומן 90° . הצלע שמול הזווית הישרה נקראת יתר. שתי הצלעות האחרות נקראות ניצבים.

בפרק זה נציג כמה משפטים מיוחדים המתקיימים במשולש ישר-זווית.

התיכון ליתר במשולש ישר-זווית

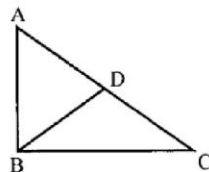
משפט: התיכון ליתר במשולש ישר-זווית שווה למחצית היתר.



במילים אחרות, אם המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$) ו-BD הוא התיכון ליתר AC, אזי $BD = \frac{1}{2}AC$.

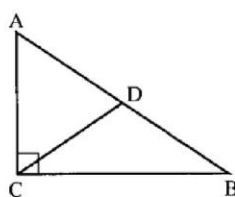
הערה: מכיוון ש- $BD = \frac{1}{2}AC$ וגם $AD = CD = \frac{1}{2}AC$, הרי $BD = AD = DC$. ולכן המשולש ABD הוא שווה-שוקיים ($BD = AD$) והמשולש BDC הוא שווה-שוקיים ($BD = DC$).

משפט: אם במשולש, התיכון לצלע שווה למחצית הצלע שאותה הוא חוצה, אזי המשולש הוא ישר-זווית (הזווית שמול הצלע הנחצית היא הזווית הישרה).



במילים אחרות, אם במשולש ABC הקטע BD הוא תיכון לצלע AC ונתון: $BD = \frac{1}{2}AC$, אזי המשולש ABC הוא ישר-זווית ומתקיים: $\angle ABC = 90^\circ$.

תרגילים

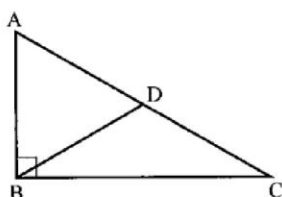


1. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$). CD הוא תיכון ליתר AB. נתון: $AB = 10$ ס"מ. מהו אורך התיכון CD?
ב. נתון: $\angle B = 35^\circ$. מהו גודל הזווית DCB?

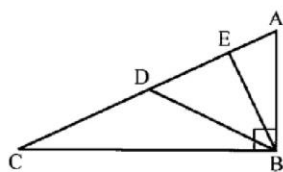
תשובה: א. 5 ס"מ. ב. 35° .

2. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle B = 90^\circ$). BD הוא תיכון ליתר AC. נתון: $BD + AC = 27$ ס"מ. מהו אורך התיכון BD?

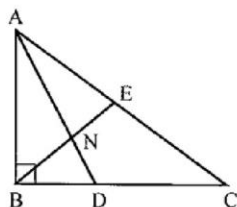
תשובה: 9 ס"מ.



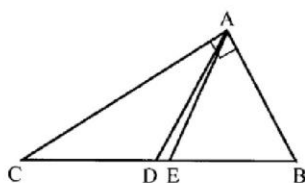
3. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$). נתון: $\angle C = 30^\circ$. BD הוא התיכון ליתר AC. הוכח: המשולש ABD הוא שווה-צלעות.



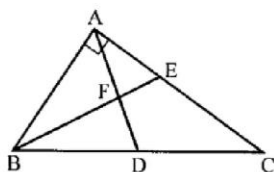
4. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
 BD הוא התיכון ליתר ו- BE הוא הגובה ליתר. נתון: $\angle ABE = 24^\circ$.
 א. חשב את הזווית C.
 ב. חשב את הזווית DBE.
תשובה: א. 24° . ב. 42° .



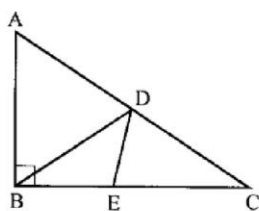
5. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
 נתון: $\angle C = 38^\circ$. BE הוא התיכון ל- AC, ו- AD חוצה את הזווית BAC.
 חשב את הזווית BND.
תשובה: 78° .



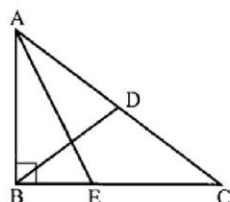
6. בציור שלפניך נתון: $\angle CAB = 90^\circ$,
 $\angle B = 62^\circ$, $AE = AB$, $CD = DB$.
 חשב את הזווית DAE.
תשובה: 6° .



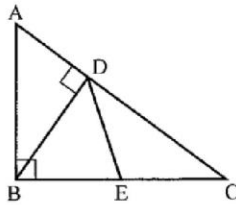
7. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle BAC = 90^\circ$).
 BE חוצה את הזווית ABC.
 נתון: $\angle DAC = \alpha$, $BD = DC$.
 א. הבע באמצעות α את הזווית BDA.
 ב. הבע באמצעות α את הזווית BFD.
תשובה: א. 2α . ב. $135^\circ - 1\frac{1}{2}\alpha$.



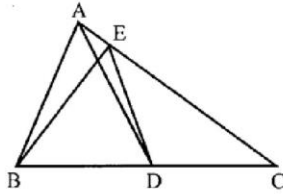
8. BD הוא התיכון ליתר AC במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).
 הנקודה E נמצאת על הניצב BC כך שמתקיים $DC = EC$. נתון: $\angle DBE = \alpha^\circ$.
 א. הבע באמצעות α את הזווית BDE.
 ב. נתון: $BE = DE$. חשב את α .
תשובה: א. $90^\circ - 1\frac{1}{2}\alpha$. ב. 36° .



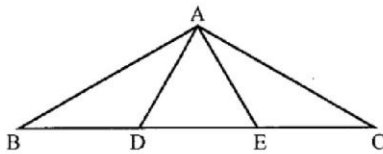
9. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
 BD הוא התיכון לצלע AC ו- AE חוצה את הזווית BAC.
 הוכח: $\angle BAE = \frac{1}{4}\angle BDC$.



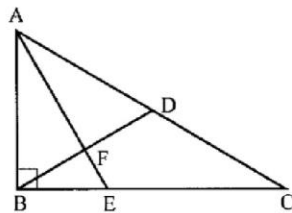
10. BD הוא הגובה ליתר AC במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$). נתון: E אמצע הקטע BC. הוכח: $\angle CDE = \angle ABD$.



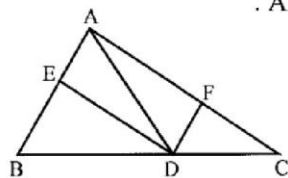
11. AD הוא התיכון לצלע BC ו-BE הוא הגובה לצלע AC במשולש ABC. הוכח: $BD = DE$.



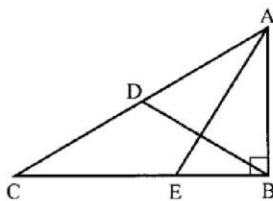
12. D ו-E הן נקודות על הצלע BC במשולש ABC. נתון: $BD = DE = EC$, $AB \perp AE$, $AD \perp AC$. הוכח: המשולש ADE הוא שווה-צלעות.



13. BD הוא התיכון ליתר AC במשולש ישר-זווית ABC ($AB \perp BC$). AE חוצה את הזווית BAC. נתון: F – אמצע BD. הוכח: המשולש ABD הוא שווה-צלעות.

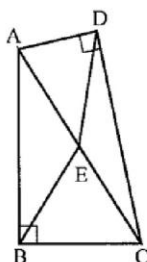


14. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC. DE ו-DF הם חוצי זווית של הזוויות ADB ו-ADC בהתאמה. א. הוכח: $DE \perp DF$. ב. הנקודה G היא אמצע הקטע EF. הוכח: $DG = EG$.



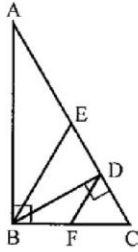
15. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$). BD הוא התיכון ליתר AC. הנקודה E נמצאת על הניצב BC. נתון: $AE \perp BD$, $AE = CE$. חשב את גודל הזווית C.

תשובה: 30° .

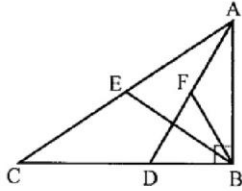


16. במרובע ABCD נתון: $AB \perp BC$, $AD \perp DC$. נקודה E היא אמצע האלכסון AC. א. הוכח: $BE = DE$. ב. נתון: $\angle BCD = 82^\circ$. חשב את הזווית BED.

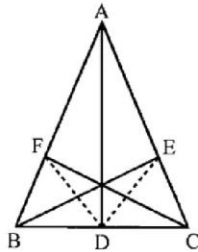
תשובה: ב. 164° .



17. במשולש ישר-זווית ABC ($AB \perp BC$)
 BD הוא הגובה ליתר ו- BE הוא התיכון
 ליתר. נקודה F היא אמצע הצלע BC.
 הוכח: $\angle DFC = 2\angle ABE$.

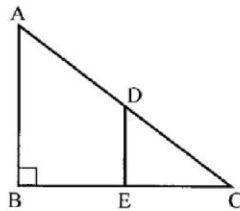


18. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
 AD הוא חוצה-הזווית של $\angle BAC$.
 E – אמצע הקטע AC, F – אמצע הקטע AD.
 הוכח: BF חוצה את הזווית ABE.

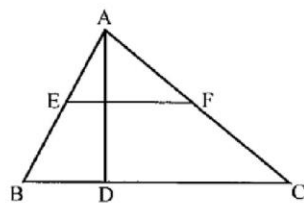


19. AD, BE ו- CF הם הגבהים של משולש
 שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).
 נתון: $\angle ACB = \alpha$ ($\alpha > 45^\circ$).
 הבע באמצעות α את הזווית FDE.

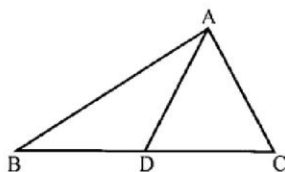
תשובה: $180^\circ - 4\alpha$.



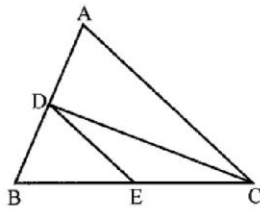
20. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
 הנקודה D היא אמצע היתר AC.
 נתון: $DE \parallel AB$.
 הוכח: $BE = CE$.



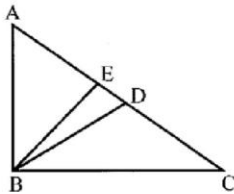
- 21 ★ במשולש ABC AD הוא הגובה
 לצלע BC. הנקודות E ו- F
 נמצאות על הצלעות AB ו- AC
 בהתאמה, כך ש- $AE = BE$, $AF = CF$.
 הוכח: $EF \perp AD$.



22. בשרטוט נתון משולש ABC שבו AD
 הוא התיכון לצלע BC.
 נתון: $\angle BAD = 35^\circ$, $\angle ADC = 70^\circ$.
 הוכח: $\angle BAC = 90^\circ$.



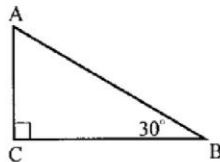
23. בצירוף שלפניך נתון: $\angle ACD = \angle ECD$,
 $BE = DE$, $DE \parallel AC$.
 א. הוכח: $AB \perp DC$.
 ב. הוכח: $AC = BC$.



24. BD הוא התיכון לצלע AC במשולש ABC.
 BE הוא חוצה-הזווית של $\angle ABC$.
 נתון: $\angle ADB = 72^\circ$, $\angle C = 36^\circ$.
 חשב את הזווית AEB.
 תשובה: 81° .

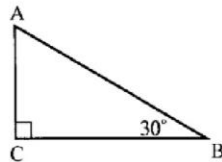
משולש ישר-זווית שבו אחת הזוויות היא 30°

משפט: אם במשולש ישר-זווית אחת הזוויות החדות היא 30° , אזי הניצב שמול הזווית בת ה- 30° שווה למחצית היתר.

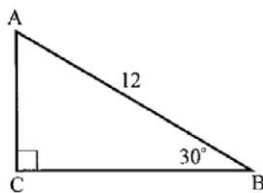


אם המשולש ABC הוא משולש ישר-זווית ($AC \perp BC$) ונתון: $\angle B = 30^\circ$, אזי $AC = \frac{1}{2} AB$.

משפט: אם במשולש ישר-זווית אחד הניצבים שווה למחצית היתר, אזי הזווית שמול ניצב זה היא בת 30° .

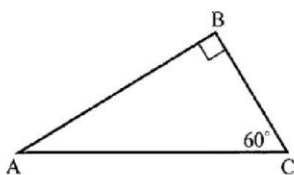


אם המשולש ABC הוא משולש ישר-זווית ($AC \perp BC$) ונתון $AC = \frac{1}{2} AB$, אזי $\angle B = 30^\circ$.



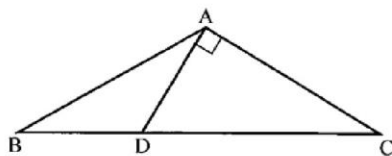
25. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$).
 נתון: $\angle B = 30^\circ$, $AB = 12$ ס"מ.
 חשב את אורך הניצב AC.

תשובה: 6 ס"מ.



26. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
 היתר AC גדול ב-4 ס"מ מהניצב BC.
 נתון: $\angle C = 60^\circ$.
 חשב את אורך היתר AC.

תשובה: 8 ס"מ.

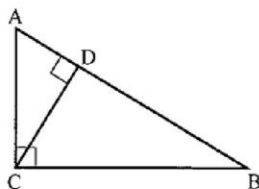


27. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$). הנקודה D נמצאת על הבסיס BC כך ש- $\angle DAC = 90^\circ$. נתון: $\angle C = 30^\circ$, $BD = 4$ ס"מ. חשב את אורך הבסיס BC.

תשובה: 12 ס"מ.

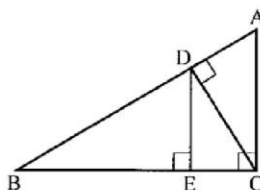
28. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$). הזווית A גדולה פי שניים מהזווית B. א. חשב את גודל הזווית B. ב. נתון: $AC + AB = 6$ ס"מ. חשב את אורך הניצב AC.

תשובה: א. 30° . ב. 2 ס"מ.



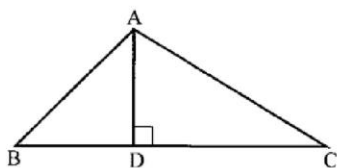
29. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$). CD הוא הגובה ליתר AB. נתון: $\angle B = 30^\circ$, $AD = 4$ ס"מ. א. חשב את אורך הצלע AC. ב. חשב את אורך הקטע BD.

תשובה: א. 8 ס"מ. ב. 12 ס"מ.



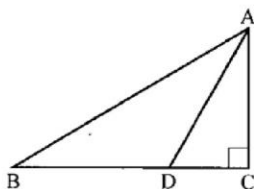
30. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$). נתון: $\angle A = 60^\circ$, $DE \perp BC$, $CD \perp AB$, $AC = 16$ ס"מ. חשב את אורך הקטע DE.

תשובה: 12 ס"מ.

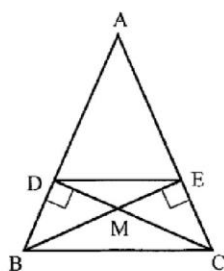


31. AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC. נתון: $\angle C = 30^\circ$, $AC = k$, $\angle BAC = 105^\circ$. הבע באמצעות k את אורך הקטע BD.

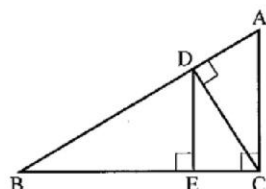
תשובה: $\frac{k}{2}$.



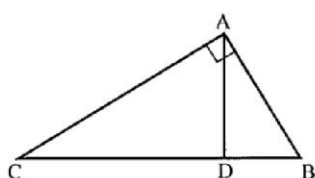
32. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$). AD הוא חוצה-הזווית של $\angle BAC$. נתון: $\angle B = 30^\circ$. הוכח: $BC = 3DC$.



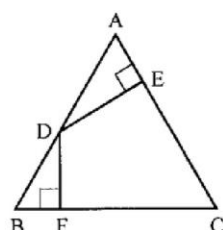
33. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$),
 BE ו- CD הם גבהים הנפגשים בנקודה M .
 א. הוכח כי $BD = EC$.
 ב. הוכח כי $DE \parallel BC$.
 ג. נתון: $\angle ABC = 60^\circ$.
 מצא את היחס $\frac{DM}{MC}$.
תשובה: ב. $\frac{1}{2}$.



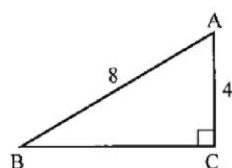
34. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
 נתון: $DE \perp BC$, $CD \perp AB$, $DE = 4$ ס"מ, $\angle B = 30^\circ$.
 חשב את אורך הצלע AC .
 הדרכה: סמן: $AD = x$.
תשובה: $5\frac{1}{3}$ ס"מ.



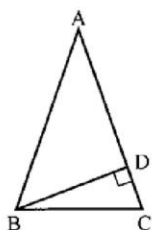
35. הנקודה D נמצאת על היתר BC במשולש ישר-זווית ABC ($AB \perp AC$).
 נתון: $\angle C = \angle BAD = 30^\circ$, $CD = 33$ ס"מ.
 חשב את אורך הצלע BC .
תשובה: 44 ס"מ.



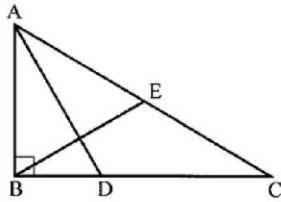
36. המשולש ABC הוא שווה-צלעות ואורך צלעו k .
 מנקודה D הנמצאת על הצלע AB מורידים אנכים DE ו- DF לצלעות AC ו- BC . נתון: $FC = m$.
 א. הבע באמצעות k ו- m את אורך הקטע CE .
 ב. הסבר מדוע $\frac{1}{2}k < m < k$.
תשובה: א. $1\frac{1}{2}k - m$.



37. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$)
 נתון: $AC = 4$ ס"מ, $AB = 8$ ס"מ.
 א. מהו גודל הזווית B ?
 ב. חשב את הזווית A .
תשובה: א. 30° . ב. 60° .

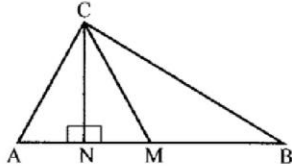


38. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 BD הוא הגובה לשוק AC .
 נתון: $BD = \frac{1}{2}AC$.
 חשב את הזווית DBC .
תשובה: 15° .

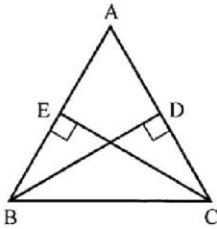


39. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
BE הוא תיכון ליתר AC
ו-AD חוצה את הזווית BAC.
נתון: $AC = 2AB$. הוכח: $AD \perp BE$.

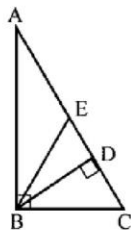
40. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$). D היא נקודה על הניצב AB.
נתון: $AD = 2 \cdot BD$, $\angle BCD = 30^\circ$. הוכח: DC חוצה את הזווית ACB.



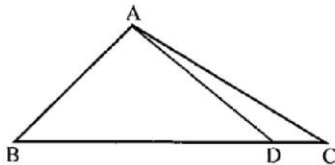
41. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
M ו-N הם נקודות על היתר AB כך
ש- $AM = MB$, $CN \perp AB$. נתון: $BC = 2CN$.
הוכח כי הגובה CN והתיכון CM מחלקים
את הזווית ACB לשלוש זוויות שוות.



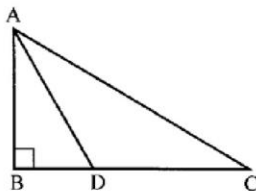
42. BD ו-CE הם גבהים במשולש ABC.
נתון: $DC = BE = \frac{1}{2}BC$.
הוכח: המשולש ABC הוא משולש
שווה צלעות.



43. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
BD הוא הגובה ליתר AC
ו-BE הוא תיכון ליתר AC.
נתון: $DE = \frac{1}{2}AE$.
הוכח: המשולש BCE הוא שווה-צלעות.



- 44 ★. במשולש ABC הנקודה D נמצאת
על הצלע BC. נתון: $\angle C = 30^\circ$,
 $\angle DAC = 15^\circ$, $AB \perp AD$.
הוכח: $AC = BD$.



- 45 ★. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$).
AD הוא חוצה-זווית של $\angle BAC$.
נתון: $DC = 2BD$.
חשב את הזווית C.
תשובה: 30° .

46. הוכח את המשפט: במשולש ישר-זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
הדלכה: הארך את התיכון כאורכו.

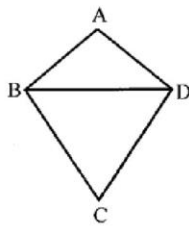
47. הוכח את המשפט: אם במשולש, התיכון לצלע שווה למחצית הצלע שאותה הוא חוצה, אז המשולש הוא ישר-זווית.

48. הוכח את המשפט: במשולש ישר-זווית שבו אחת הזוויות החדות היא 30° , הניצב שמול הזווית בת ה- 30° שווה למחצית היתר.

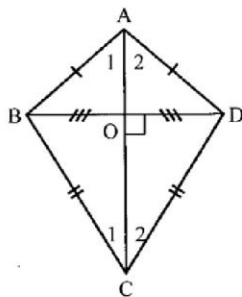
מרובעים

דלתון

מרובע הבנוי משני משולשים שווי-שוקיים בעלי בסיס משותף נקרא דלתון.



למשל, בציור מתוארים משולש שווה-שוקיים ABD ($AB = AD$) ומשולש שווה-שוקיים BCD ($BC = DC$). לשני המשולשים יש בסיס משותף BD והמרובע $ABCD$ שנוצר הוא דלתון.



הקטע AC המחבר את קדקודי זוויות הראש של שני המשולשים נקרא **האלכסון הראשי** של הדלתון. הקטע BD שהוא הבסיס המשותף לשני המשולשים שווי-השוקיים נקרא **האלכסון המשני** של הדלתון. הזוויות DAB ו- DCB נקראות **זוויות הראש** של הדלתון. הזוויות ADC ו- ABC נקראות **זוויות הבסיס** של הדלתון.

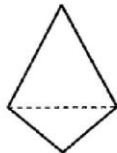
שים לב: זוויות הבסיס של הדלתון שוות זו לזו ($\angle ADC = \angle ABC$).

משפט הדלתון: האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש של הדלתון, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.

במילים אחרות, אם AC הוא האלכסון הראשי בדלתון, אזי הוא חוצה את זוויות הראש של הדלתון (כלומר: $\angle A_1 = \angle A_2$, $\angle C_1 = \angle C_2$), הוא חוצה את האלכסון המשני BD (כלומר: $BO = DO$) והוא מאונך לאלכסון המשני BD (כלומר: $AC \perp BD$).

הערה: קיימים שני סוגי דלתונים:

(1) כאשר שני קדקודי זוויות הראש של שני המשולשים נמצאים משני צידי הבסיס המשותף, הדלתון נקרא דלתון קמור.



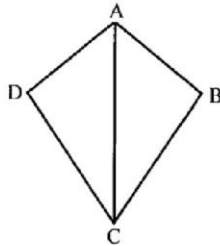
(2) כאשר שני קדקודי זוויות הראש של שני המשולשים נמצאים באותו צד של הבסיס המשותף, הדלתון נקרא דלתון קעור.



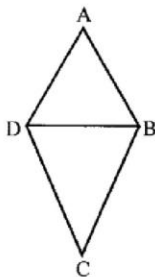
הוכחת דלתון

כדי להוכיח כי מרובע הוא דלתון יש להראות שהוא בנוי משני משולשים שווים-שוקיים בעלי בסיס משותף.

תרגילים

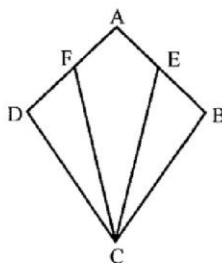


1. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$).
 נתון: $\angle ABC = 92^\circ$, $\angle BAC = 56^\circ$.
 א. מהו גודל הזווית $\angle ADC$?
 ב. חשב את הזווית $\angle BAD$.
 ג. חשב את הזווית $\angle BCD$.
 תשובה: א. 92° . ב. 112° . ג. 64° .

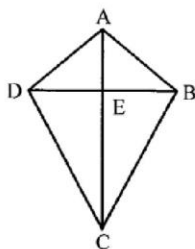


2. המרובע ABCD הוא דלתון ($AB = AD$, $BC = DC$).
 נתון: $\angle ADC = 128^\circ$, $BD = AB$.
 חשב את הזווית $\angle BCD$.
 תשובה: 44° .

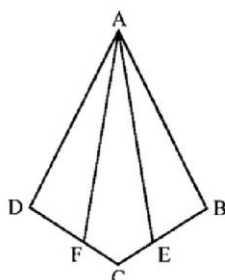
3. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$). נתון: $\angle ADC = 105^\circ$, $\angle BCD = 64^\circ$.
 חשב את הזווית $\angle ADB$.
 תשובה: 47° .



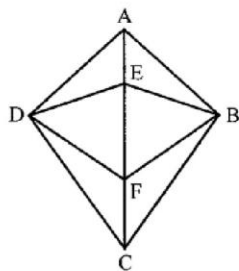
4. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$).
 הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-AD בהתאמה.
 הוכח: $CE = CF$.



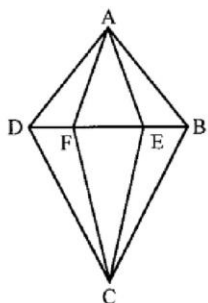
5. האלכסונים AC ו-BD של מרובע ABCD מאונכים זה לזה.
 נתון: $BE = DE$.
 הוכח שהמרובע ABCD הוא דלתון.



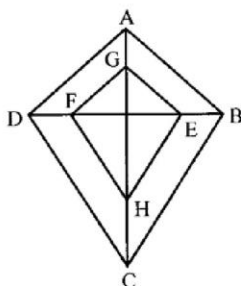
6. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$).
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-DC.
 נתון: $BE = DF$.
 א. הוכח: המרובע AECF הוא דלתון.
 ב. הוכח: הקטע AC חוצה את הקטע EF.



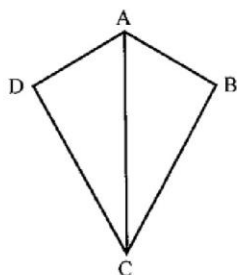
7. המרובע ABCD הוא דלתון
 $(BC = DC, AB = AD)$
 הנקודות E ו-F נמצאות על
 האלכסון AC של הדלתון.
 הוכח: המרובע BEDF הוא דלתון.



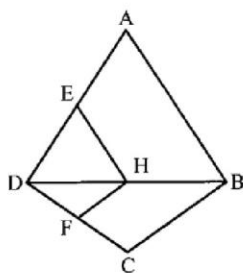
8. המרובע ABCD הוא דלתון $(BC = DC, AB = AD)$
 הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון BD
 כך שמתקיים $BE = DF$
 א. הוכח: המרובע AECF הוא דלתון.
 ב. הוכח: AC חוצה את FE.



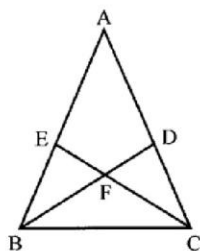
9. המרובע ABCD הוא דלתון $(BC = DC, AB = AD)$
 הנקודות E ו-F נמצאות על
 האלכסון BD כך ש- $BE = DF$
 הנקודות G ו-H נמצאות על האלכסון AC.
 הוכח: המרובע GEHF הוא דלתון.



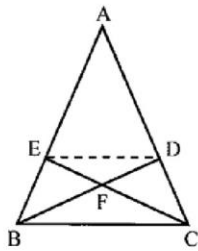
10. במרובע ABCD נתון: $\angle ABC = \angle ADC$,
 $\angle BAC = \angle DAC$
 הוכח: $AC \perp BD$



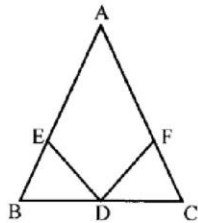
11. המרובע ABCD הוא דלתון $(CB = CD, AB = AD)$
 F ו-H הן נקודות על הקטעים
 AD ו-BD
 נתון: $FH \parallel BC$, $EH \parallel AB$
 א. הוכח: המרובע EHFD הוא דלתון.
 ב. הוכח: $EF \parallel AC$



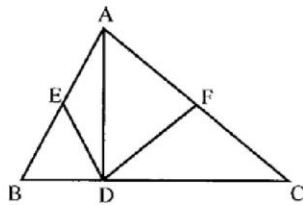
12. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים $(AB = AC)$
 BD חוצה את הזווית ABC
 CE חוצה את הזווית ACB
 BD ו-CE נפגשים בנקודה F
 הוכח: המרובע AEFD הוא דלתון.



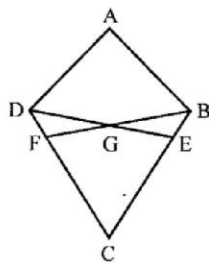
13. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 הגבהים BD ו-CE נפגשים בנקודה F.
 א. הוכח: המרובע AEFD הוא דלתון.
 ב. הוכח: $DE \parallel BC$.



14. הנקודה D נמצאת באמצע הבסיס BC של משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).
 הנקודות E ו-F נמצאות על השוקיים AB ו-AC בהתאמה כך ש- $\angle DEB = \angle DFC$.
 הוכח: $AD \perp EF$.



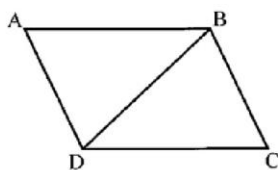
15. AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.
 הנקודות E ו-F נמצאות באמצעי הצלעות AB ו-AC בהתאמה.
 הוכח: המרובע AEDF הוא דלתון.



16. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$).
 DE חוצה את הזווית ADC ו-BF חוצה את הזווית ABC.
 הוכח: המרובע ADGB הוא דלתון.

17. הוכח את המשפט: האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לאלכסון המשני.

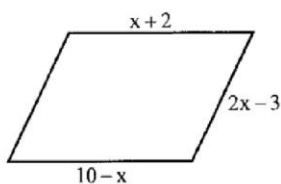
מקבילית



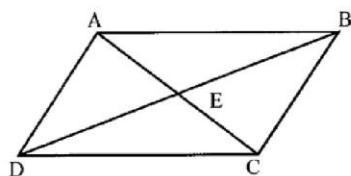
1. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 א. נתון: $\angle C = 52^\circ$. מהו גודל הזווית A?
 ב. נתון גם: $\angle BDC = 56^\circ$.
 חשב את הזווית ADB.
תשובה: א. 52° ב. 72° .

2. במקבילית ABCD הזווית C גדולה פי 2 מהזווית B.
 חשב את זוויות המקבילית.

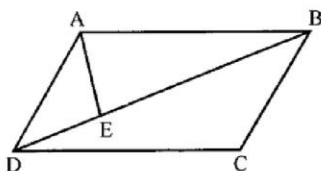
תשובה: $120^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 120^\circ$.



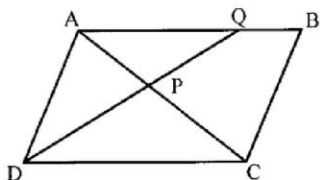
3. במקבילית שלפניך מסומנים באמצעות x אורכי הצלעות בס"מ.
 א. מצא את x.
 ב. חשב את היקף המקבילית.
תשובה: א. 4 ס"מ. ב. 22 ס"מ.



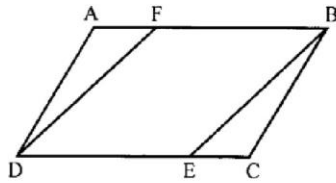
4. האלכסונים AC ו-BD של מקבילית ABCD נחתכים בנקודה E.
 נתון: $AE = x+6$, $CE = 2x+2$.
 חשב את אורך האלכסון AC.
תשובה: 20 ס"מ.



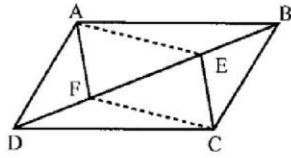
5. במקבילית ABCD נתון: $\angle BDC = 28^\circ$.
 הנקודה E נמצאת על האלכסון BD כך ש- $AB = BE$.
 א. חשב את הזווית AED.
 ב. נתון: $AE = DE$. חשב את הזווית C.
תשובה: א. 104° ב. 114° .



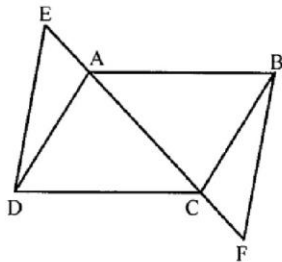
6. הנקודה Q נמצאת על הצלע AB של מקבילית ABCD. הקטע DQ חותך את האלכסון AC בנקודה P.
 נתון: $AD = AQ$, $AB = AC$, $\angle DAC = \alpha$.
 הבע באמצעות α הזווית APQ.
תשובה: $1\frac{1}{2}\alpha$.



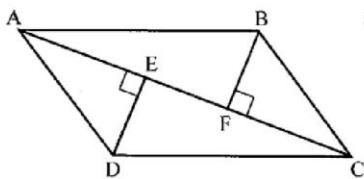
7. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 F ו-E הן נקודות על הצלעות
 AB ו-DC. נתון: $AF = CE$.
 הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle CBE$.



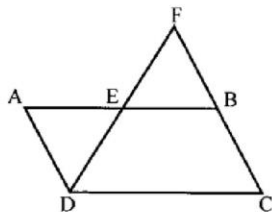
8. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 E ו-F הן נקודות על האלכסון BD.
 נתון: $BE = DF$.
 הוכח: $AE = CF$.



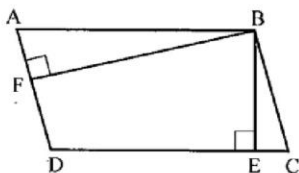
9. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E ו-F נמצאות על המשך
 האלכסון AC (ראה ציור).
 נתון: $AE = CF$.
 הוכח: $\angle EDC = \angle FBA$.



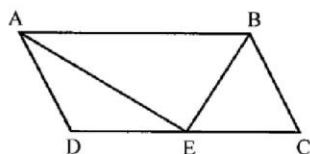
10. הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון AC
 של מקבילית ABCD.
 נתון: $BF \perp AC$, $DE \perp AC$.
 א. הוכח: $BF = DE$.
 ב. הוכח: $\angle ABF = \angle CDE$.



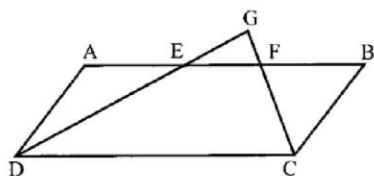
11. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של
 מקבילית ABCD. המשך הקטע DE
 חותך את המשך הצלע CB בנקודה F.
 נתון: $BF = BC$.
 הוכח: $AE = \frac{1}{2}DC$.



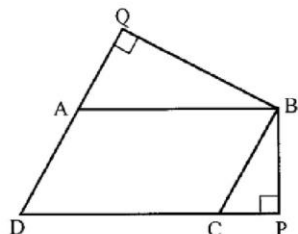
12. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 BE ו-BF הם גבהים במקבילית.
 א. הוכח: $\angle ABF = \angle EBC$.
 ב. הוכח: $\angle FBE = \angle C$.



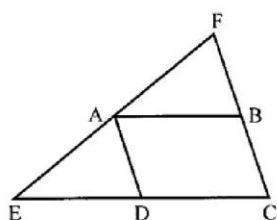
13. במקבילית ABCD הצלע AB ארוכה
 פי 2 מהצלע BC. הנקודה E
 נמצאת באמצע הצלע DC.
 א. הוכח: AE חוצה את הזווית BAD.
 ב. הוכח: $AE \perp BE$.



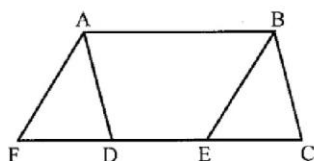
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים DE ו-CF נפגשים בנקודה G. נתון: $AD = AE = BF$. הוכח: $DG \perp CG$.



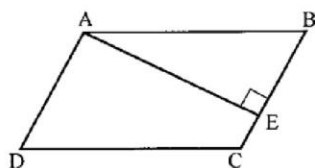
15. המרובע ABCD הוא מקבילית. נתון: $BQ \perp DP$, $BP \perp DP$.
א. הוכח: $\angle BCD = \angle PBQ$.
ב. נתון: $\angle ABC = 2\angle ABQ$. חשב את $\angle BAD$.
תשובה: ב. 120° .



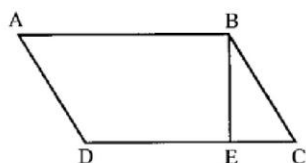
16. המרובע ABCD הוא מקבילית. E ו-F הן נקודות הנמצאות על המשכי הצלעות CD ו-CB. נתון: $AF = AB$.
א. הוכח: $AE = DE$.
ב. הוכח: AD חוצה את הזווית BAE.



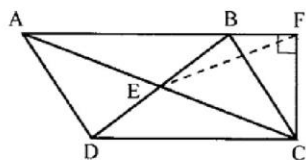
17. המרובעים ABCD ו-ABEF הם מקביליות. הוכח: $FD = CE$.



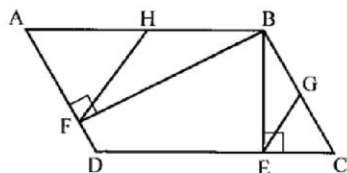
18. המרובע ABCD הוא מקבילית. AE הוא הגובה לצלע BC. נתון: $\angle D = 60^\circ$.
הוכח: $BE = \frac{1}{2}DC$.



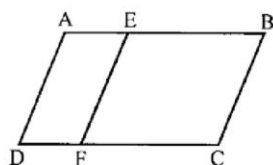
19. המרובע ABCD הוא מקבילית. BE הוא גובה לצלע DC. נתון: $\angle ADC = 120^\circ$, $BC = 4$ ס"מ.
היקף המקבילית הוא 24 ס"מ. חשב את אורך הקטע DE.
תשובה: 6 ס"מ.



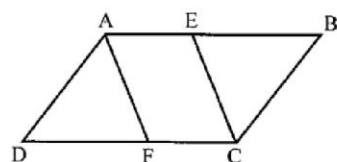
20. הנקודה E היא מפגש האלכסונים
במקבילית ABCD. נקודה F
המשך הצלע AB.
נתון: $CF \perp AF$.
הוכח: $AE = FE$.



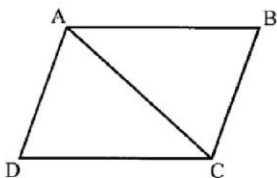
21. BE ו-BF הם גבהים במקבילית ABCD.
הנקודות G ו-H הן אמצעי
הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
הוכח: $\angle BGE = \angle BHF$.



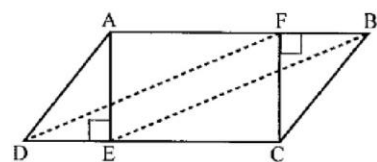
22. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות
AB ו-DC של מקבילית ABCD.
נתון: $EF \parallel AD$.
א. הוכח: המרובע ADFE הוא מקבילית.
ב. הוכח: $BE = CF$.



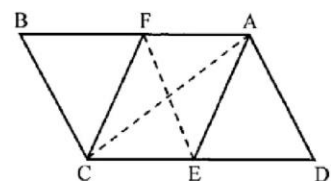
23. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות
AB ו-CD בהתאמה. נתון: $AF \parallel CE$.
א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.
ב. הוכח: $\angle DAF = \angle BCE$.



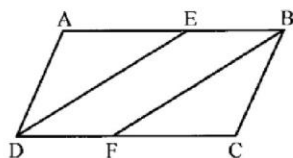
24. במרובע ABCD נתון: $\angle BAC = 35^\circ$,
 $\angle DAC = 70^\circ$, $\angle B = \angle D = 75^\circ$.
הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.



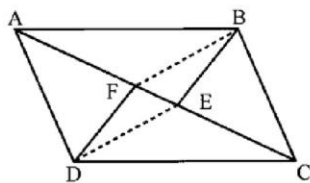
25. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הם גבהים AE ו-CF במקבילית.
א. הוכח: המרובע DEBF
הוא מקבילית.
ב. הוכח: $\triangle DCF \cong \triangle BAE$.



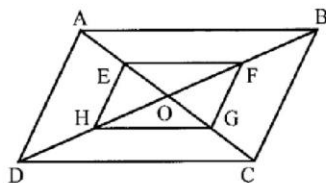
26. המרובע ABCD הוא מקבילית.
E אמצע הצלע DC, F אמצע הצלע AB.
א. הוכח: $AE \parallel CF$.
ב. הוכח: נקודת מפגש האלכסונים
של המרובע AECF היא נקודת מפגש
האלכסונים של המקבילית ABCD.



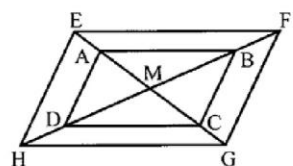
27. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטעים DE ו-BF חוצים את
הזוויות ADC ו-CBA בהתאמה.
הוכח: המרובע EBFD הוא מקבילית.



28. המרובע ABCD הוא מקבילית.
BE חוצה את הזווית ABC
ו-DF חוצה את הזווית ADC.
הוכח: המרובע BEDF הוא מקבילית

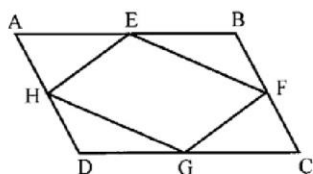


29. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים
בנקודה O. הנקודות E, F, G, ו-H
נמצאות באמצעי הקטעים
AO, BO, CO, ו-DO בהתאמה.
הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.

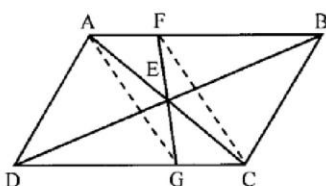


30. המרובע ABCD הוא מקבילית.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.
הנקודות E, F, G, ו-H נמצאות
על המשכי האלכסונים AC ו-BD.
נתון: $AE = CG$, $BF = DH$.
הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.

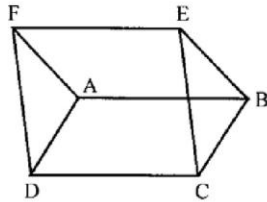
31. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה E. נתון: E – אמצע AC, $AB \parallel DC$.
הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.



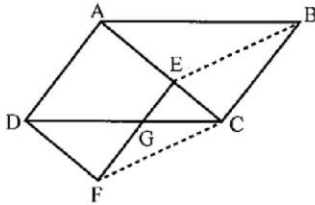
32. המרובע ABCD הוא מקבילית.
E, F, G, ו-H הן אמצעי הצלעות
AB, BC, CD, ו-AD בהתאמה.
א. הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.
ב. הוכח: נקודת מפגש האלכסונים
במקבילית ABCD מתלכדת עם נקודת
מפגש האלכסונים במקבילית EFGH.
הדרכה: הראה שהקטעים BD ו-GE חוצים זה את זה.



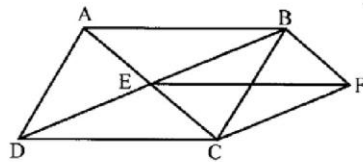
33. המרובע ABCD הוא מקבילית
שאלכסוניה נחתכים בנקודה E.
הנקודה E נמצאת על הקטע FG.
הוכח: המרובע AFCG
הוא מקבילית.



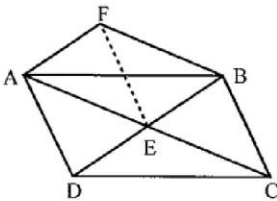
34. המרובעים ABCD ו-ABEF הן מקביליות.
 א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$.



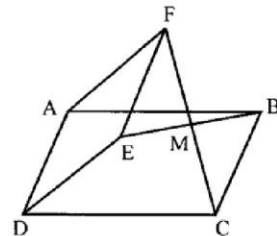
35. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודה E נמצאת על האלכסון AC.
 המרובע AEFD הוא מקבילית.
 א. הוכח: $BE = CF$.
 ב. הוכח: $BE \parallel CF$.



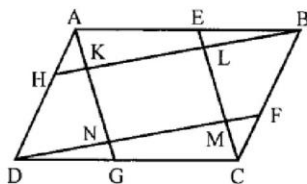
36. המרובעים DCFE ו-ABFE הם מקביליות.
 א. הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.
 ב. הוכח: המרובע EBFC הוא מקבילית.



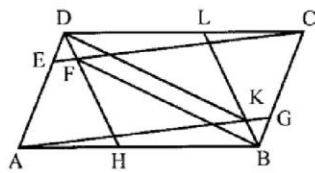
37. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה E.
 נתון: $BF \parallel AE$, $AF \parallel BE$.
 א. הוכח: המרובע FBCE הוא מקבילית.
 ב. הוכח: מרובע FEDA הוא מקבילית.



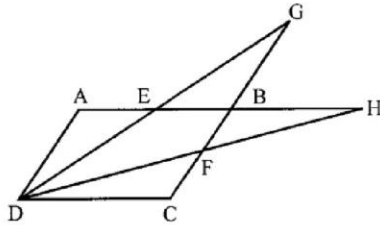
38. המרובעים ABCD ו-AFED הם מקביליות.
 הקטעים FC ו-EB נחתכים בנקודה M.
 הוכח: $FM = MC$.



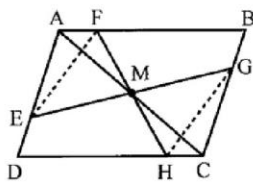
39. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות H, G, F, E הן נקודות על צלעות המקבילית. נתון: $BE = DG$, $AH = CF$.
 א. הוכח: המרובע BFDH הוא מקבילית.
 ב. הוכח: המרובע AECG הוא מקבילית.
 ג. הוכח: המרובע KLMN הוא מקבילית.



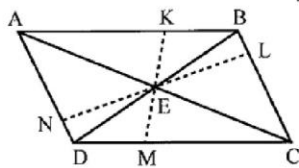
- 40 ★. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E, H, G, L נמצאות
 על צלעות המקבילית.
 נתון: $CE \parallel AG$, $DH \parallel BL$.
 הוכח: המרובע DFBK הוא מקבילית.



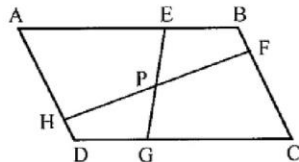
- 41 ★. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E ו-F הן אמצעי
 הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
 הוכח: המרובע AGHC הוא מקבילית.



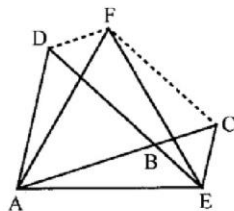
42. הנקודה M היא מפגש האלכסונים
 במקבילית ABCD.
 הנקודות E, F, G, H נמצאות
 על צלעות המקבילית (ראה ציור).
 א. הוכח: $EM = GM$.
 ב. הוכח: $EF \parallel GH$.



43. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה E.
 הנקודות K, L, M, N נמצאות
 על צלעות המקבילית כך שהקטעים
 LN ו-KM עוברים דרך נקודה E.
 א. הוכח: $KN = ML$.
 ב. הוכח: $KL \parallel MN$.



- 44 ★. הנקודות E, F, G, H נמצאות
 על צלעותיה של מקבילית ABCD
 כך ש- $BF = HD$, $AE = CG$.
 הוכח: $PF = PH$, $PE = PG$.



45. המשולשים ABD, BCE ו-AEF הם
 משולשים שווי-צלעות.
 א. הוכח: $\triangle DAF \cong \triangle BAE$.
 ב. הוכח: $DF = BC$.
 ג. הוכח: המרובע DBCF הוא מקבילית.

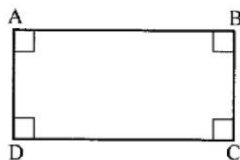
- 46 ★. הוכח: אורך התיכון במשולש קטן מהממוצע של אורכי שתי הצלעות שלידו.

47. הוכח: סכום האלכסונים במקבילית גדול מסכום שתי צלעות סמוכות וקטן מהיקף המקבילית.

48. הוכח את המשפט: כל שתי זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

49. הוכח את המשפט: כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.
50. הוכח את המשפט: האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.
51. הוכח את המשפט: מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.
52. הוכח את המשפט: מרובע שבו יש שני זוגות של זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
53. הוכח את המשפט: מרובע שבו יש זוג צלעות נגדיות שהן שוות וגם מקבילות הוא מקבילית.
54. הוכח את המשפט: מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.

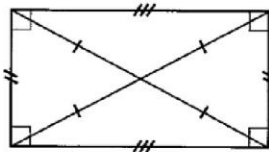
מלבן



הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישרות נקרא מלבן.

למשל, בציור מתואר מלבן ABCD ולכן מתקיים: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

תכונות המלבן



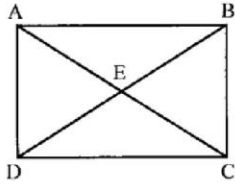
- (1) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90° .
- (3) האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה.
- (4) אלכסוני המלבן יוצרים ארבעה משולשים שווים-שוקיים.

הוכחת מלבן

- כדי להוכיח שמרובע הוא מלבן נפעל באחת הדרכים הבאות:
- א. נוכיח שכל זוויות המרובע הן ישרות. דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרות מלבן.
 - ב. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאחת מזוויות המרובע היא ישרה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מקבילית בעלת זווית אחת ישרה היא מלבן.**
 - ג. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע שווים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.**

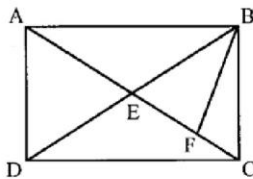
שים לב! בדרך ההוכחה שבסעיף א' הוכחנו מלבן לפי ההגדרה הראשונה שלו. בדרכים ב' ו-ג' הוכחנו תחילה שהמרובע הוא מקבילית ובנוסף הוכחנו שבמרובע קיימת תכונה של מלבן שאין במקבילית.

תרגילים

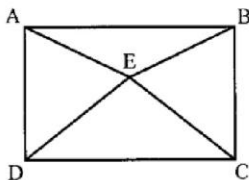


1. המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נפגשים בנקודה E. נתון: $\angle EBC = 58^\circ$.
 א. חשב את הזווית ABD.
 ב. חשב את הזווית AED.
תשובה: א. 32° . ב. 64° .

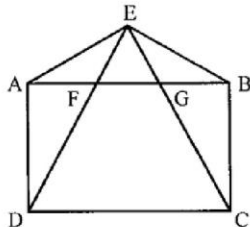
2. המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נפגשים בנקודה E. הוכח: $\angle DEC = 2 \cdot \angle EBC$.



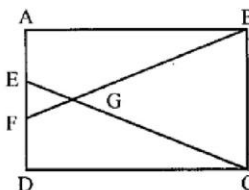
3. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. F היא נקודה על הקטע CE. נתון: $AB = AF$.
 הוכח: $\angle AED = 4 \cdot \angle FBC$.



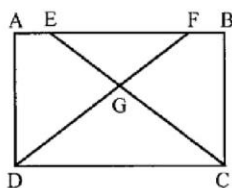
4. הנקודה E נמצאת בתוך מלבן ABCD. נתון: $DE = CE$.
 א. הוכח: $AE = BE$.
 ב. נתון: $\angle BCE = 55^\circ$, $\angle AEB = 130^\circ$.
 חשב את הזווית BEC.
תשובה: ב. 60° .



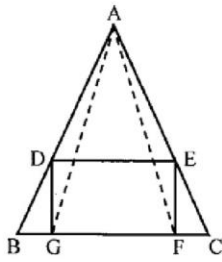
5. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת מחוץ למלבן כך ש- $AE = BE$.
 א. הוכח: $DE = CE$.
 ב. הוכח: $EF = EG$.



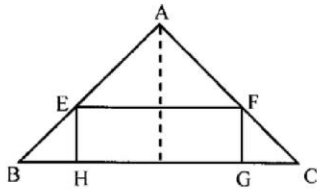
6. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AD של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון: $CE = BF$.
 א. הוכח: $AE = DF$.
 ב. הוכח: $GE = GF$.



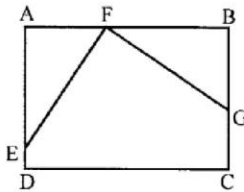
7. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-DF נפגשים בנקודה G. נתון: $AE = BF$.
 א. הוכח: $DG = CG$.
 ב. הוכח: מרחק הנקודה F מהקטע CE שווה למרחק הנקודה E מהקטע DF.



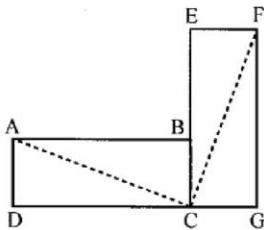
8. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
המלבן DEFG חסום בתוך המשולש.
הוכח: $AG = AF$.



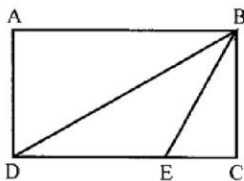
9. המשולש ABC הוא ישר-זווית ושווה-שוקיים ($\angle BAC = 90^\circ$).
המלבן EFGH שהיקפו 16 ס"מ חסום בתוך המשולש.
אורך הגובה המורד מקדקוד A לצלע BC הוא 5 ס"מ.
חשב את אורך הקטע EH.
תשובה: 2 ס"מ.



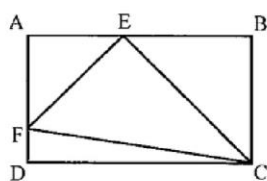
10. הנקודות E, F ו-G נמצאות על צלעות המלבן ABCD.
נתון: $AF = BG$, $AE = BF$.
א. הוכח: $\angle AFE = \angle BGF$.
ב. הוכח: $EF \perp GF$.



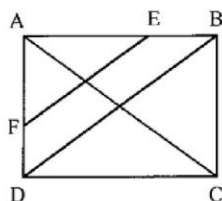
11. בציור מתוארים שני מלבנים זהים – מלבן ABCD ומלבן CEFG.
הוכח: $AC \perp CF$.



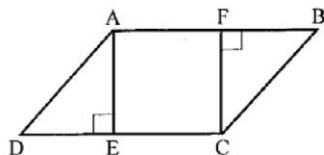
12. הנקודה E נמצאת על הצלע DC של מלבן ABCD. נתון: $BE = DE$.
א. הוכח: BD חוצה את הזווית ABE.
ב. הנקודה F היא אמצע הקטע BE.
הוכח: $\angle BFC = 4 \cdot \angle ABD$.



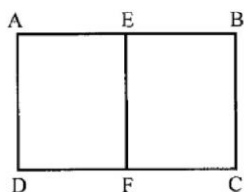
13. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $BC = BE$. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $AE = AF$.
א. הוכח: $FE \perp CE$.
ב. נקודה G היא אמצע הקטע CF.
הוכח: $GD = GE$.



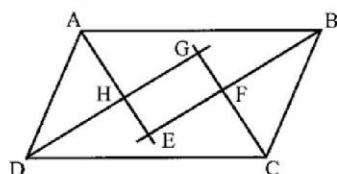
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות
 AB ו-AD של מלבן ABCD.
 נתון: $FE \parallel BD$.
 הוכח: האלכסון AC
 חוצה את הקטע FE.



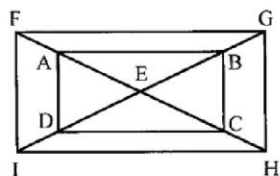
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 AE ו-CF הם גבהים במקבילית.
 הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.



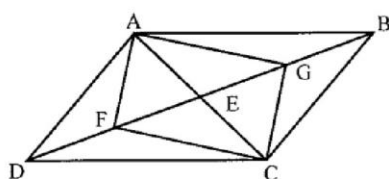
16. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודות E ו-F נמצאות באמצעי
 הצלעות AB ו-DC בהתאמה.
 א. הוכח: $EF \perp AB$.
 ב. האלכסון BD חותך את הקטע EF
 בנקודה G. הוכח: $GE = GF$.



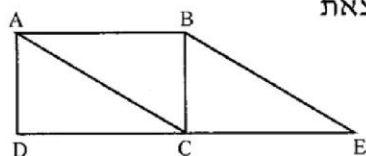
17. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 AE, BF, CG ו-DH חוצים את
 הזוויות הפנימיות של המקבילית.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מלבן.



18. המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו
 נפגשים בנקודה E.
 ממשיכים את האלכסונים BD ו-AC
 כך שמתקיים $AF = BG = CH = DI$.
 הוכח: המרובע FGHI הוא מלבן.



19. המרובע ABCD הוא מקבילית
 שאלכסוניה נפגשים בנקודה E.
 נתון: $BD = 2AC$. הנקודות F ו-G
 נמצאות על הקטעים DE ו-BE
 בהתאמה. נתון: $DF = FE$, $EG = BG$.
 הוכח: המרובע AGCF הוא מלבן.

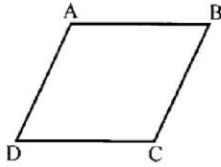


20. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת
 על המשך הצלע DC. נתון: $BE \parallel AC$.
 א. הוכח: המרובע ABEC
 הוא מקבילית.
 ב. הוכח: BC חוצה את הזווית DBE.

21. הוכח את המשפט: האלכסונים במלבן שווים זה לזה.

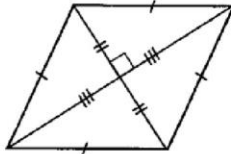
22. הוכח את המשפט: מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

מעוין



הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.
למשל, בציור מתואר מעוין ABCD
ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$.

תכונות המעוין



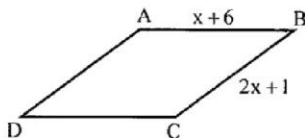
- (1) כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו
וכל שתי זוויות סמוכות משלימות
זו את זו ל- 180° .
- (4) האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים
זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.

הוכחת מעוין

- כדי להוכיח שמרובע הוא מעוין נפעל באחת הדרכים הבאות:
- א. נוכיח שכל צלעות המרובע שוות זו לזו.
דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת המעוין.
 - ב. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שיש במרובע שתי צלעות סמוכות שוות. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.
 - ג. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע מאונכים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
 - ד. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שיש במרובע אלכסון החוצה את אחת מזוויות המרובע. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית שבה האלכסון הוא חוצה-זווית היא מעוין.

שים לב! בדרך ההוכחה המפורטת בסעיף א' הוכחנו מעוין לפי ההגדרה שלו. בדרכים ב', ג' ו-ד' הוכחנו תחילה שהמרובע הוא מקבילית ובנוסף הוכחנו שבמרובע קיימת תכונה של מעוין שאין במקבילית.

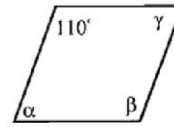
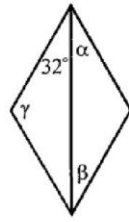
תרגילים



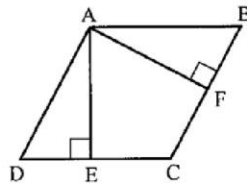
1. בציור שלפניך מתואר מעוין ABCD.
א. מצא את x .
ב. חשב את היקף המעוין.

תשובה: א. 5. ב. 44.

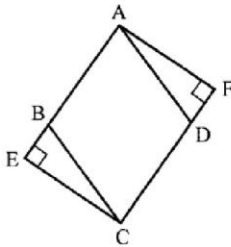
2. חשב את הזוויות α , β ו- γ במעוינים הבאים:



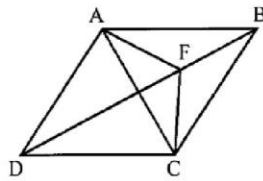
תשובה: א. $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 110^\circ$, $\gamma = 70^\circ$. ב. $\alpha = 32^\circ$, $\beta = 32^\circ$, $\gamma = 116^\circ$.



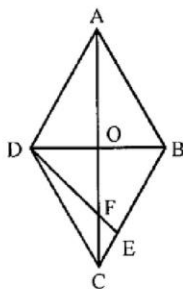
3. המרובע ABCD הוא מעוין.
 AE ו- AF הם הגבהים
 לצלעות DC ו- BC בהתאמה.
 א. הוכח: $\triangle ADE \cong \triangle ABF$.
 ב. הוכח: $CE = CF$.



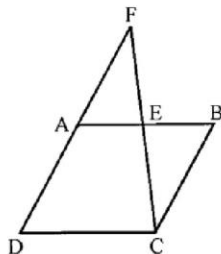
4. המרובע ABCD הוא מעוין.
 CE ו- AF הם גבהים לצלעות
 AB ו- CD (ראה ציור).
 הוכח: $AE = AD + DF$.



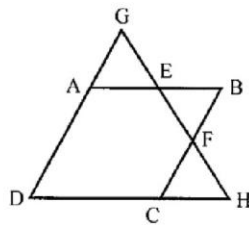
5. המרובע ABCD הוא מעוין.
 F היא נקודה הנמצאת
 על האלכסון BD.
 הוכח: המשולש ACF הוא שווה-שוקיים.



6. אלכסוני המעוין ABCD
 נפגשים בנקודה O.
 נתון: $DE = 2OF$, $OF = \frac{1}{2}DB$.
 חשב את זוויות המשולש CFE.
 תשובה: 45° , 22.5° , 112.5° .

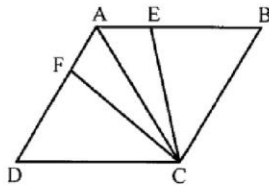


7. המרובע ABCD הוא מעוין.
 הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AB.
 המשכי הקטעים CE ו- DA
 נפגשים בנקודה F.
 הוכח: $DF = 4BE$.

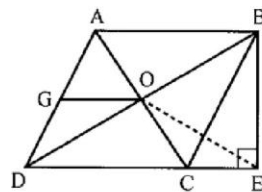


8. המרובע ABCD הוא מעוין.
 הנקודות E ו-F הן אמצעי
 הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
 א. הוכח: $GE = FH$.
 ב. חשב את היחס $CF:DG$.

תשובה: ב. 1:3.

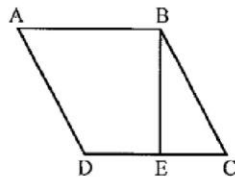


9. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות
 AB ו-AD של מעוין ABCD.
 נתון: $\angle BCE = \angle DCF$.
 הוכח: $FE \parallel DB$.



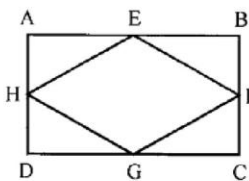
10. המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסונו
 נפגשים בנקודה O. נתון: $DE \perp BE$.
 א. הוכח: $OE = OB$.
 ב. הנקודה G היא אמצע הצלע AD
 והיקף המעוין הוא 32 ס"מ.
 חשב את אורך הקטע OG.

תשובה: ב. 4 ס"מ.

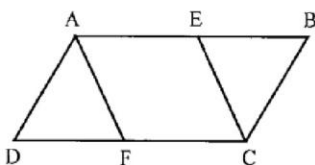


11. המרובע ABCD הוא מעוין שהיקפו 24 ס"מ.
 BE הוא גובה לצלע DC. נתון: $\angle D = 120^\circ$.
 א. חשב את אורך הקטע DE.
 ב. אלכסונו המעוין נפגשים בנקודה O.
 הוכח: $OE = OD$.

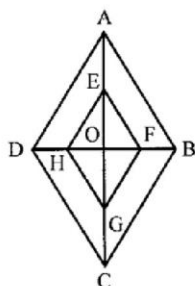
תשובה: א. 3 ס"מ.



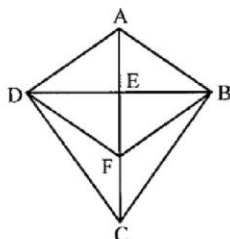
12. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודות E, F, G, H הן אמצעי
 הצלעות AB, BC, CD ו-AD.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מעוין.



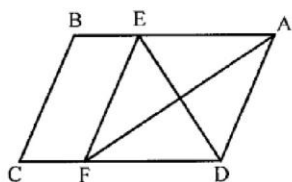
13. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות
 AB ו-DC. נתון: $AE = CE$, $BE = DF$.
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מעוין.
 ב. הוכח: מפגש האלכסונים של המקבילית
 ABCD והמעוין AECF הוא באותה נקודה.



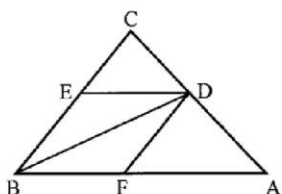
14. המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסוניו נפגשים בנקודה O. הנקודות E, F, G, H הן אמצעי הקטעים AO, BO, CO, DO בהתאמה. הוכח: המרובע EFGH הוא מעוין.



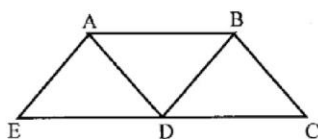
15. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$) שאלכסוניו נפגשים בנקודה E. נתון: $CE = 2AE$, F אמצע הקטע CE. הוכח: המרובע ABFD הוא מעוין.



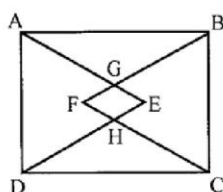
16. במקבילית ABCD, הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-DC, כך ש- $AF = EG$ חוצה את הזווית BAD ו-DE חוצה את הזווית ADC. הוכח: המרובע ADFE הוא מעוין.



17. BD הוא חוצה-זווית B במשולש ABC. D, E הן נקודות על צלעות המשולש. נתון: $FD \parallel BC$, $DE \parallel BF$.
א. הוכח: המרובע BEDF הוא מעוין.
ב. הוכח: אם $BD \perp AC$, אזי $BE = CE$.



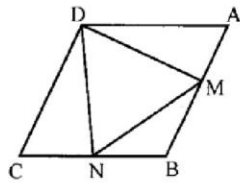
18. המרובעים ABCD ו-ABDE הם מקביליות.
א. הוכח: $DE = DC$.
ב. נתון גם: $BE \perp BC$. הוכח שהמרובע ABDE הוא מעוין.



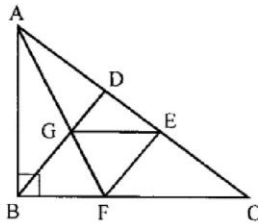
19. על הצלעות AD ו-BC של מלבן ABCD בנו משולשים שווים-צלעות ADE ו-BCF. G נחתכים בנקודה E, H נחתכים בנקודה F. הוכח: המרובע EFGH הוא מעוין.

20. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$). נתון: $AB \parallel DC$. הוכח: המרובע ABCD הוא מעוין.

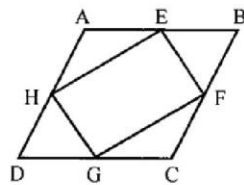
21. המרובע ABCD הוא מקבילית. נתון: $AB = BC$. הוכח: $AC \perp BD$.



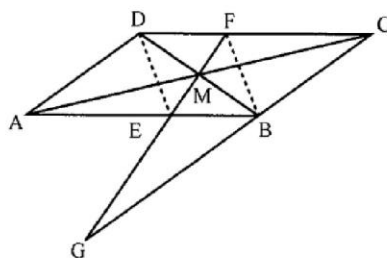
22 ★. המרובע ABCD הוא מעוין, שזוויתו החדה היא בת 60° . M ו-N הן נקודות על צלעות המעוין כך ששכום הקטעים BM ו-BN שווה לאורך צלע המעוין. הוכח: המשולש DMN הוא שווה-צלעות. הדרכה: העבר את האלכסון BD.



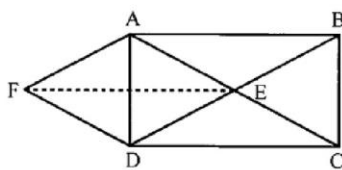
23 ★. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp BC$). BD הוא הגובה ליתר AC. E נקודה על DC. נתון: $EF \perp AC$, $AE = AB$. הוכח: המרובע BGEF הוא מעוין.



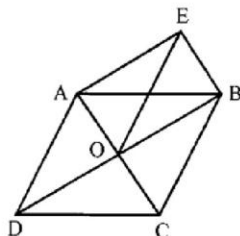
24 ★. המרובע ABCD הוא מעוין. הנקודות E, F, G, H הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD, AD. הוכח: המרובע EFGH הוא מלבן. הוכח: מפגש האלכסונים של המעוין ABCD והמלבן EFGH הוא באותה נקודה.



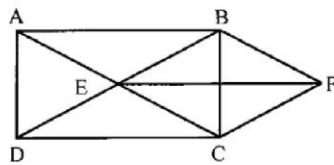
25. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M. הישר המאונך לאלכסון BD בנקודה M, חותך את AB בנקודה E, ואת המשך הצלע BC בנקודה G. הוכח: $BG = DG$. הוכח: המרובע EBGD הוא מעוין.



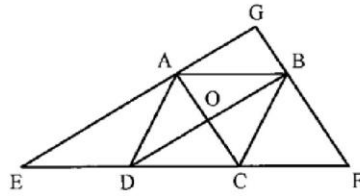
26. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. נתון: $DF = AE$, $AF = DE$. הוכח: המרובע AEDF הוא מעוין. הוכח: המרובע ABEF הוא מקבילית.



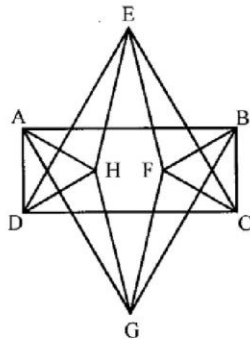
27. אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O. המרובע BCOE הוא מקבילית. הוכח: המרובע ADOE הוא מקבילית. הוכח: המרובע AOBEO הוא מלבן.



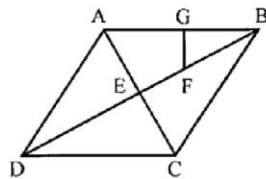
28. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודה F נמצאת מחוץ למלבן
 כך שהמרובע DCFE הוא מקבילית.
 א. הוכח: המרובע CEBF הוא מעוין.
 ב. הוכח: $AC = 2CF$.



29. המרובע ABCD הוא מעוין
 שאלכסוניו נפגשים בנקודה O.
 נתון: $BF \parallel AC$, $AE \parallel BD$.
 המשכי הקטעים EA ו-FB
 נפגשים בנקודה G.
 הוכח: המרובע AGBO הוא מלבן.



30. המרובע ABCD הוא מלבן
 שעל צלעותיו בנו 4 משולשים
 שווי-צלעות.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מעוין.



- 31 ★. אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה E.
 F נקודה על הקטע BE.
 נתון: $AD = CE + BG$, $FG \perp AB$.
 הוכח: $EF = GF$.

32. הוכח את המשפט: האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.

33. הוכח את המשפט: האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה.

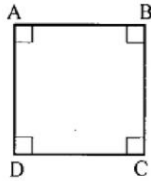
34. הוכח את המשפט: אם האלכסונים במרובע חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, אז המרובע הוא מעוין.

35. הוכח את המשפט: מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

36. הוכח את המשפט: מקבילית שבה האלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.

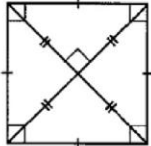
ריבוע

הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות נקרא ריבוע.



למשל, בציר מתואר ריבוע ABCD
ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$,
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

תכונות הריבוע



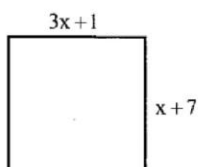
- (1) כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90° .
- (3) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (4) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, שווים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.

הוכחת ריבוע

- כדי להוכיח שמרובע הוא ריבוע נפעל באחת הדרכים הבאות:
- א. נוכיח שכל צלעות המרובע שוות זו לזו ושכל אחת מזוויות המרובע היא בת 90° . דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת הריבוע.
 - ב. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח שיש במרובע שתי צלעות סמוכות שוות. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.**
 - ג. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח אלכסון החוצה את אחת מזוויות המרובע. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מלבן שבו האלכסון הוא חוצה-זווית הוא ריבוע.**
 - ד. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע מאונכים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מלבן שבו האלכסונים מאונכים זה לזה הוא ריבוע.**
 - ה. נוכיח שהמרובע הוא מעוין, ובנוסף נוכיח שאחת מזוויות המרובע היא ישרה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מעוין שאחת מזוויותיו היא ישרה הוא ריבוע.**
 - ו. נוכיח שהמרובע הוא מעוין, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע שווים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **מעוין שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא ריבוע.**

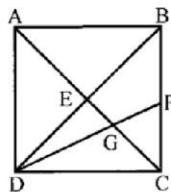
שים לב! בדרך ההוכחה שבסעיף א' מוכיחים ריבוע לפי ההגדרה שלו. בדרכים שבסעיפים ב', ג' ו-ד' מוכיחים תחילה שהמרובע הוא מלבן ובנוסף מוכיחים שבמרובע קיימת תכונה שיש בריבוע ואין במלבן. בדרכים שבסעיפים ה' ו-ו' מוכיחים תחילה שהמרובע הוא מעוין ובנוסף מוכיחים שבמרובע קיימת תכונה שיש בריבוע ואין במעוין.

תרגילים

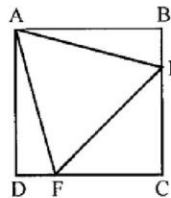


1. בציר מתואר ריבוע ועליו מסומנים אורכי צלעותיו באמצעות x . חשב את היקף הריבוע.

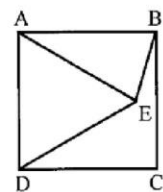
תשובה: 40.



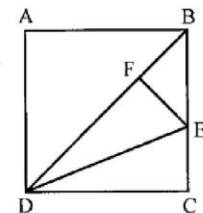
2. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
 DF חוצה את הזווית BDC.
 AC ו-DF נחתכים בנקודה G.
 א. חשב את הזווית DGE.
 ב. הוכח: $AD = AG$, $CG = CF$.
 תשובה: א. 67.5° .



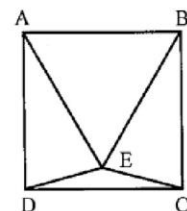
3. המרובע ABCD הוא ריבוע. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-DC בהתאמה.
 נתון: $\angle AEB = \angle AFD = 75^\circ$.
 א. הוכח: המשולש AEF הוא שווה צלעות.
 ב. חשב את זוויתו של המשולש CEF.
 תשובה: ב. $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$.



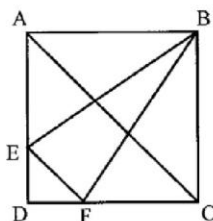
4. המרובע ABCD הוא ריבוע והמשולש ADE הוא משולש שווה צלעות.
 א. הוכח: $DE = AB$.
 ב. חשב את זוויתו של המשולש ABE.
 תשובה: ב. $75^\circ, 75^\circ, 30^\circ$.



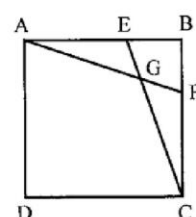
5. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הקטע DE חוצה את הזווית BDC.
 נתון: $EF \perp BD$.
 הוכח: $CE = BF$.



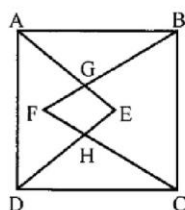
6. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הנקודה E נמצאת בתוך הריבוע.
 כך שמתקיים $DE = CE$.
 א. הוכח: $AE = BE$.
 ב. נתון: $\angle AEB = 60^\circ$.
 חשב את הזווית DEC.
 תשובה: ב. 150° .



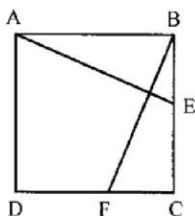
7. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC של ריבוע ABCD.
 נתון: $EF \parallel AC$. הוכח: $BE = BF$.



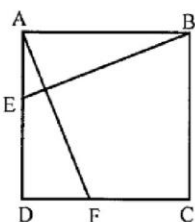
8. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
 נתון: $BE = BF$.
 א. הוכח: $AF = CE$.
 ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.



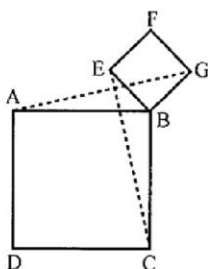
9. על הצלעות AD ו-BC של ריבוע ABCD
בנו משולשים שוו-שוקיים:
משולש ADE ($AE = DE$)
ומשולש BCF ($BF = CF$).
הוכח: המרובע EHFG הוא דלתון.



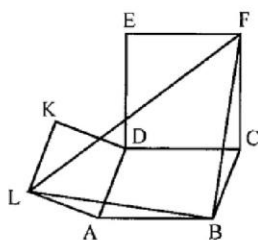
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות BC ו-CD
בהתאמה. נתון: $AE = BF$.
א. הוכח: $\angle BAE = \angle CBF$.
ב. הוכח: $AE \perp BF$.



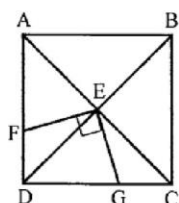
11. בריבוע ABCD, הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות AD ו-DC
בהתאמה. נתון: $AF \perp BE$.
א. הוכח: $AF = BE$.
ב. הוכח: $DE + DF = BC$.



12. המרובעים ABCD ו-BEFG
הם ריבועים.
א. הוכח: $AG = CE$.
ב. הוכח: $AG \perp CE$.

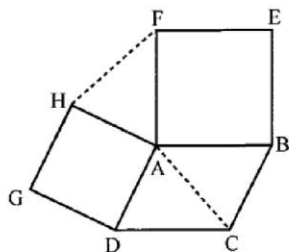


13. המרובע ABCD הוא מקבילית.
על הצלעות AD ו-DC בנו
ריבועים ADKL ו-DEFC.
א. הוכח: $BF = BL$.
ב. הוכח: $BF \perp BL$.

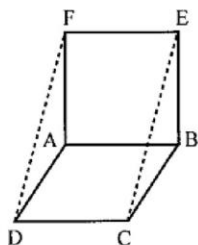


14. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
הנקודות F ו-G נמצאות על הצלעות
AD ו-DC בהתאמה. נתון: $EF \perp EG$.
א. הוכח: $EF = EG$.
ב. נתון: $\angle EGC = 3.5 \angle GEC$.
חשב את זוויתו של המשולש DFE.

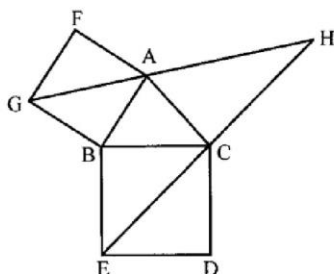
תשובה: ב. $30^\circ, 105^\circ, 45^\circ$.



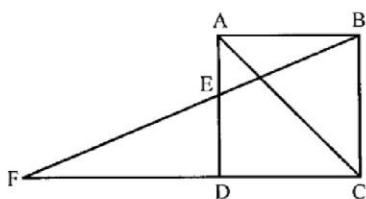
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
על הצלעות AB ו-AD בונים
ריבועים ABEF ו-ADGH.
הוכח: $\triangle FAH \cong \triangle ABC$.



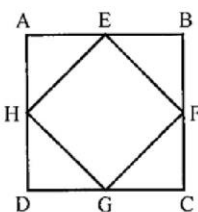
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
המרובע ABEF הוא ריבוע.
א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.
ב. הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$.



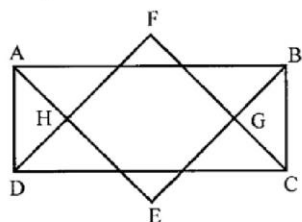
17. על הצלעות AB ו-BC של משולש ABC
בנו ריבועים ABGF ו-BCDE.
המשכי הקטעים EC ו-GA
נפגשים בנקודה H.
נתון: $\angle ABC = 58^\circ$. חשב את הזווית H.
תשובה: 32° .



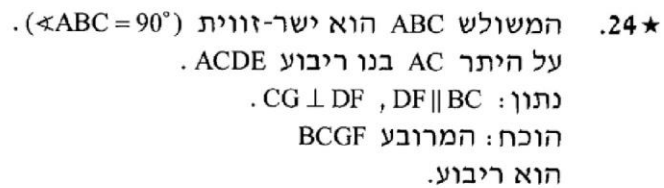
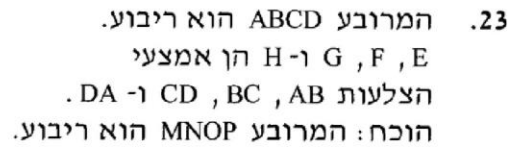
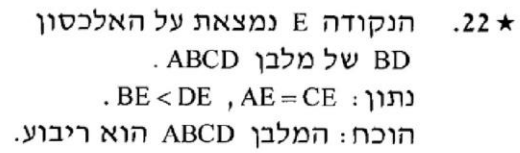
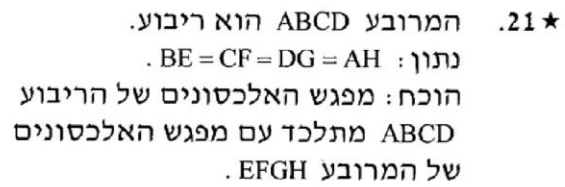
18. בריבוע ABCD הנקודה E נמצאת
על הצלע AD. המשכי הקטעים
BE ו-CD נפגשים בנקודה F.
נתון: $AC = DF$.
חשב את הזווית BFC.
תשובה: 22.5° .



19. המרובע ABCD הוא ריבוע.
הנקודות E, F, G, H הן אמצעי
הצלעות AB, BC, CD, AD בהתאמה.
א. הוכח: המרובע EFGH הוא ריבוע.
ב. הוכח: $BG = DF$.

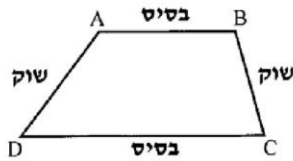


20. המרובע ABCD הוא מלבן.
הקטעים AE, BE, CF ו-DF
חוצים את זוויותיו של המלבן ABCD.
הוכח: המרובע EGFH הוא ריבוע.



טרפז

מרובע שיש בו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות וזוג אחד של צלעות נגדיות שאינן מקבילות, נקרא טרפז.

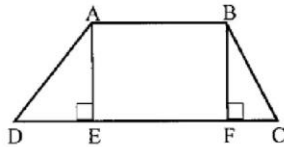


שתי הצלעות הנגדיות המקבילות (AB ו-DC) נקראות בסיסי הטרפז.
שתי הצלעות הנגדיות שאינן מקבילות (AD ו-BC) נקראות שוקי הטרפז.

הערות:

א. סכום הזוויות שליד כל שוק בטרפז שווה ל- 180° , כלומר $\angle A + \angle D = 180^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (לפי המשפט: זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות זו את זו ל- 180°).

ב. בסיסי הטרפז שונים באורכם.
ג. גובה הטרפז הוא קטע המחבר את שני בסיסי הטרפז ומאונך להם.

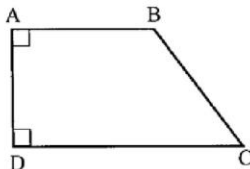


למשל, בציור שמשמאל, הקטעים AE ו-BF הם גבהים בטרפז.
שים לב: בין שני הגבהים של הטרפז לבין בסיסיו נוצר מלבן ABFE.

טרפז ישר-זווית

טרפז שבו זווית אחת היא זווית ישרה נקרא טרפז ישר-זווית.

הערות:

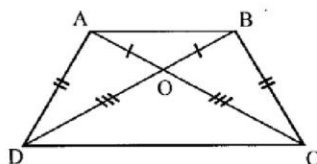


1. מכיוון שבבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, הרי נקבל שבטרפז ישר זווית שתי הזוויות שליד השוק הקצרה הן זוויות ישרות ($\angle A = \angle D = 90^\circ$).
2. השוק הקצרה בטרפז (השוק AD) שווה לגובה הטרפז.

טרפז שווה-שוקיים

טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו נקרא טרפז שווה שוקיים.

תכונות טרפז שווה-שוקיים:



1. הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו ($\angle BAD = \angle ABC$, $\angle ADC = \angle BCD$).
2. האלכסונים שווים זה לזה ($AC = BD$).
3. האלכסונים חותכים זה את זה, כך שקטעיהם היוצאים מאותו בסיס שווים זה לזה ($AO = BO$, $CO = DO$).

הוכחת טרפז

כדי להוכיח שמרובע הוא טרפז נפעל באחת הדרכים הבאות:

א. נוכיח שזוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו, וזוג שני של צלעות נגדיות אינן מקבילות זו לזו.

דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת הטרפז.

ב. נוכיח שזוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו,

אך אינן שוות זו לזו.

כדי להוכיח שמרובע הוא טרפז ישר-זווית נוכיח שהמרובע הוא טרפז

ובנוסף נוכיח שיש בטרפז זווית ישרה.

כדי להוכיח שמרובע הוא טרפז שווה-שוקיים נפעל באחת הדרכים

הבאות:

א. נוכיח שהמרובע הוא טרפז, ובנוסף נוכיח ששוקי הטרפז שוות זו לזו.

דרך הוכחה זו מתבססת על ההגדרה של טרפז שווה-שוקיים.

ב. נוכיח שהמרובע הוא טרפז, ובנוסף נוכיח שזוויות הבסיס של הטרפז

שוות זו לזו. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **טרפז שבו הזוויות**

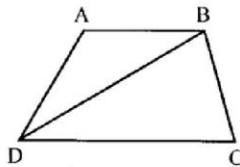
שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה-שוקיים.

ג. נוכיח שהמרובע הוא טרפז, ובנוסף נוכיח שאלכסוני הטרפז שווים

זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט: **טרפז שהאלכסונים**

בו שווים זה לזה הוא טרפז שווה-שוקיים.

תרגילים



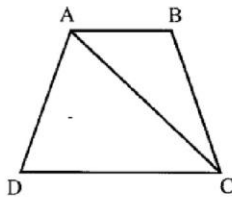
1. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

נתון: $DB = DC$, $\angle DAB = 104^\circ$, $\angle ADB = 40^\circ$.

א. חשב את הזווית BDC.

ב. הוכח: $\angle DBC = 2 \cdot \angle ABD$.

תשובה: א. 36° .



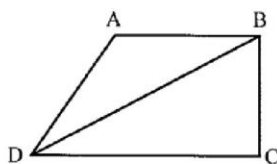
2. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

($AD = BC$, $AB \parallel DC$).

נתון: $\angle DAC = 72^\circ$, $\angle ADC = 66^\circ$.

חשב את זוויותיו של המשולש ABC.

תשובה: 24° , 114° , 42° .



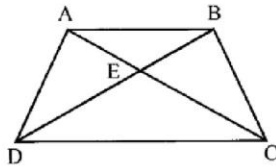
3. המרובע ABCD הוא טרפז ישר-זווית

($BC \perp DC$, $AB \parallel CD$).

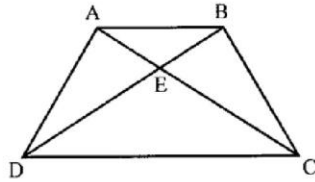
נתון: $\angle ADC = 68^\circ$, $AB = AD$.

חשב את הזווית DBC.

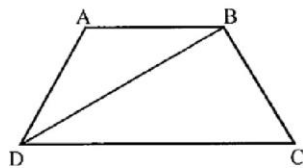
תשובה: 56° .



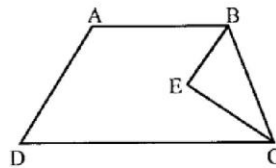
4. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים
 $(AD = BC, AB \parallel DC)$.
 נתון: $\angle ABC = 122^\circ$, $\angle AEB = 114^\circ$.
 א. חשב את הזווית BDC.
 ב. חשב את הזווית ADE.
תשובה: א. 33° . ב. 25° .



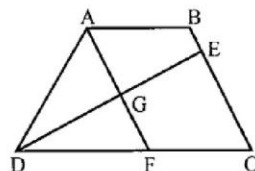
5. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים
 $(AB \parallel DC)$. נתון: $BC = CE$, $\angle DAC = \alpha$.
 א. הבע באמצעות α את הזווית EDC.
 ב. הבע באמצעות α את הזווית ABC.
תשובה: א. $\frac{1}{2}\alpha$. ב. $1\frac{1}{2}\alpha$.



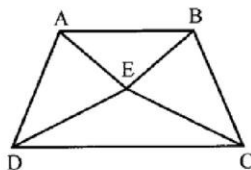
6. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים
 $(AD = BC, AB \parallel DC)$.
 נתון: $BD = DC$, $AB = AD$.
 חשב את הזווית ABD.
תשובה: 36° .



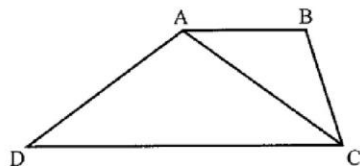
7. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.
 BE ו-CE הם חוצי הזווית
 של זווית הטרפז.
 הוכח: $BE \perp CE$.



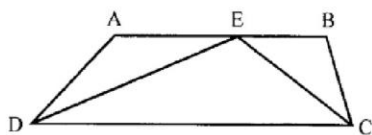
8. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.
 DE חוצה את הזווית ADC
 ו-AF חוצה את הזווית BAD.
 א. הוכח: DG מאונך ל-AF.
 ב. הוכח: DG חוצה את AF.



9. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים
 $(AB \parallel DC)$. E היא נקודה בתוך הטרפז.
 נתון: $DE = CE$.
 הוכח: $AE = BE$.



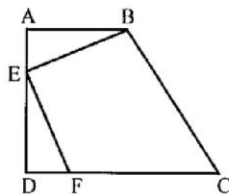
10. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.
 נתון: $\angle ACB = \angle ACD$, $\angle DAC = \angle ABC$.
 א. הוכח: $AD = AC$.
 ב. האם המשולשים ABC ו-DAC חופפים זה לזה?
תשובה: ב. לא.



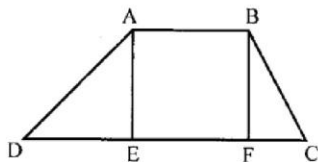
11. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). הנקודה E נמצאת על הבסיס AB כך ש-DE חוצה את הזווית ADC ו-CE חוצה את הזווית BCD. הוכח: $AB = AD + BC$.

12. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$). היקף המשולש BDC גדול ב-4 ס"מ מהיקף המשולש ABC. נתון: $AB + DC = 16$ ס"מ. חשב את אורכי הבסיסים AB ו-DC.

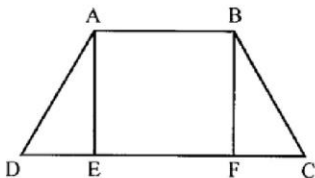
תשובה: 6 ס"מ, 10 ס"מ.



13. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ($AD \perp DC$, $AB \parallel DC$). הנקודה E נמצאת על השוק AD. נתון: $BE = EF$, $AB = DE$. הוכח: $BE \perp EF$.



14. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). AE ו-BF הם גבהים בטרפז. הוכח: המרובע ABFE הוא מלבן.

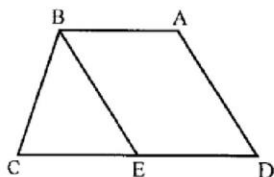


15. AE ו-BF הם גבהים בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD = BC$, $AB \parallel DC$). א. הוכח: $DE = CF$. ב. נתון: $AB = 10$ ס"מ, $DC = 19$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.

תשובה: ב. 47 ס"מ.

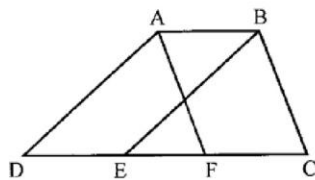
16. בטרפז ישר-זווית, השוק הארוכה היא 8 ס"מ והזווית החדה היא 30° . חשב את השוק הקצרה בטרפז.

תשובה: 4 ס"מ.

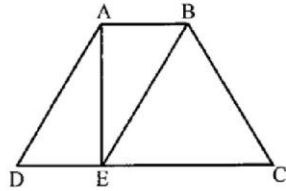


17. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). א. נתון: $BE \parallel AD$. הוכח: $AB = DE$. ב. נתון: $BC = 7$ ס"מ, $DC = 11$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.

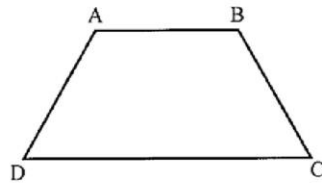
תשובה: ב. 32 ס"מ.



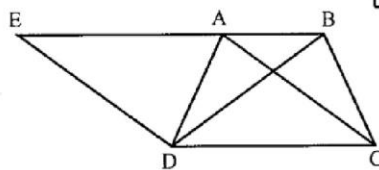
18. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). הנקודות E ו-F נמצאות על הבסיס DC. נתון: $AF \parallel BC$, $BE \parallel AD$.
א. הוכח: $DE = CF$.
ב. נתון: $AD > BC$. הוכח: $\angle C > \angle D$.



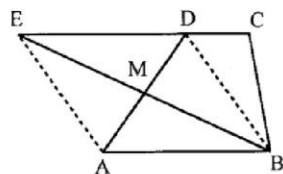
19. המרובע ABCD הוא טרפז שבסיסו DC גדול פי 3 מבסיסו AB. AE הוא גובה בטרפז. נתון: $AD \parallel BE$. הוכח: הטרפז ABCD הוא שווה-שוקיים.



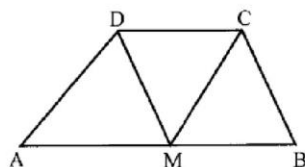
20. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). נתון: $AD = AB = BC = \frac{1}{2}DC$.
א. הוכח: $\angle BCD = 60^\circ$.
ב. הוכח: $\angle DCA = 30^\circ$.
ג. הוכח: $AC \perp AD$.



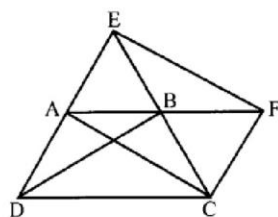
21. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AD = BC$, $AB \parallel DC$). E היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון: $AE = DC$. הוכח: $DB = DE$.



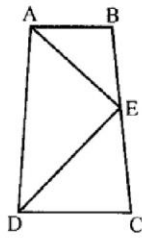
22. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס CD. הקטע BE חותך את השוק AD בנקודה M, כך ש- $AM = MD$. הוכח: המרובע ABDE הוא מקבילית.



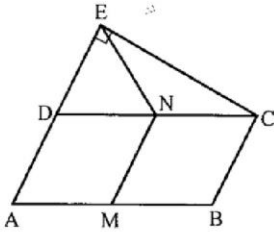
23. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). נתון: $BC = DC$. CM חוצה את הזווית BCD. א. הוכח: $BM = DM$.
ב. הוכח: $BD \perp CM$.



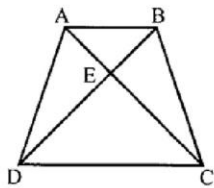
24. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$). הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB. נתון: $BC = CF$.
א. הוכח: $\triangle ECF \cong \triangle DCB$.
ב. הוכח: $AC = EF$.



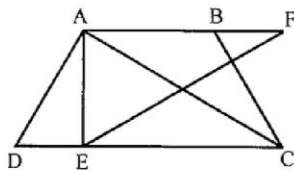
25. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). הנקודה E נמצאת על השוק BC כך שמתקיים $AB = BE$, $DC = CE$.
 א. הוכח: $AE \perp DE$.
 ב. נקודה F נמצאת באמצע השוק AD. הוכח: $DF = EF$.



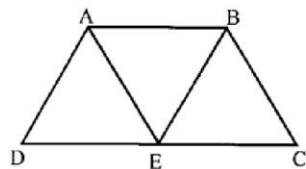
26. הצלע AB במקבילית ABCD גדולה פי שניים מהצלע AD. CE הוא גובה לצלע AD. הנקודות N ו-M הן אמצעי הצלעות DC ו-AB. הוכח: המרובע AMNE הוא טרפז שווה-שוקיים שבו אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן.



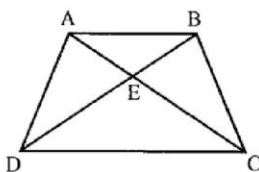
27. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$) שאלכסוניו נחתכים בנקודה E ומאונכים זה לזה. הוכח: גובה הטרפז שווה למחצית סכום בסיסי הטרפז.



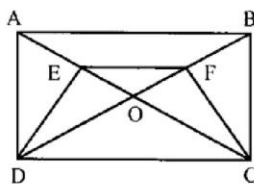
28. AE הוא גובה בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$). F היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון: $BF = DE$. הוכח: $AC = EF$.



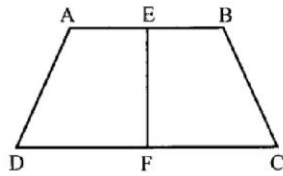
29. הנקודה E נמצאת על הבסיס DC של טרפז ABCD ($AB \parallel DC$). נתון: $DE = AE = BE = CE$. הוכח שהטרפז הוא שווה שוקיים.



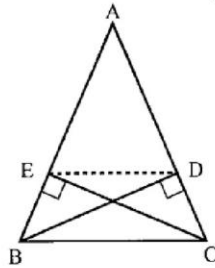
30. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) האלכסונים AC ו-BD נחתכים בנקודה E וחוצים את הזוויות BCD ו-ADC, בהתאמה. א. הוכח שהטרפז הוא שווה-שוקיים. ב. הוכח שמרחק הנקודה E מהשוק BC שווה למרחק מהשוק AD.



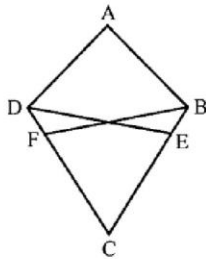
31. במלבן ABCD האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות על הקטעים OA ו-OB בהתאמה כך ש- $AE = BF$. הוכח: המרובע DCFE הוא טרפז שווה-שוקיים.



32. במרובע ABCD הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-DC בהתאמה. נתון: $AB < DC$, $EF \perp DC$, $EF \perp AB$. הוכח: המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים.



33. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$). BD ו-CE הם גבהים לשוקיים. הוכח: המרובע BCDE הוא טרפז שווה-שוקיים.



34. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$). DE חוצה את הזווית ADC ו-BF חוצה את הזווית ABC. הוכח: המרובע BDFE הוא טרפז שווה-שוקיים.

35. הוכח את המשפט: בטרפז שווה-שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.

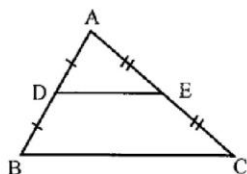
36. הוכח את המשפט: בטרפז שווה-שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.

37. הוכח את המשפט: אם בטרפז, הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו, אז הטרפז הוא שווה-שוקיים.

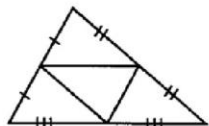
38. הוכח את המשפט: אם האלכסונים בטרפז שווים זה לזה, אז הטרפז הוא שווה-שוקיים.

קטע אמצעים במשולש

קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.



אם במשולש ABC, הנקודות D ו-E הן אמצעי הצלעות AB ו-AC בהתאמה, אז DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

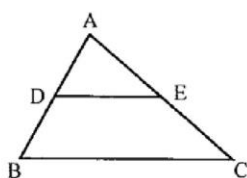


שים לב!

בכל משולש יש שלושה קטעי אמצעים.

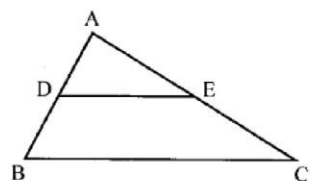
משפט: קטע אמצעים במשולש המחבר את האמצעים של שתי צלעות

במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

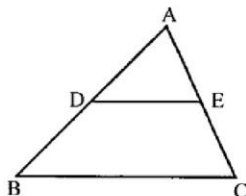


אם DE הוא קטע אמצעים במשולש, המחבר את אמצעי הצלעות AB ו-AC, אזי מתקיים:
(1) $DE \parallel BC$ (2) $DE = \frac{1}{2} BC$

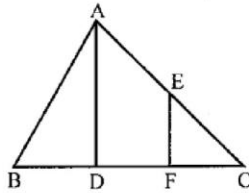
תרגילים



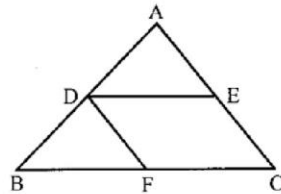
1. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
נתון: $BC = 12$ ס"מ, $\angle ADE = 62^\circ$.
א. מהו אורך הקטע DE?
ב. מהו גודל הזווית ABC?
תשובה: א. 6 ס"מ. ב. 62° .



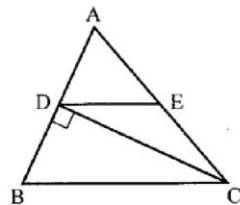
2. הנקודות D ו-E הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB ו-AC של משולש ABC.
א. נתון: $BC + DE = 12$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע DE.
ב. נתון: $\angle BDE = 3 \cdot \angle DBC$.
חשב את הזווית DBC.
תשובה: א. 4 ס"מ. ב. 45° .



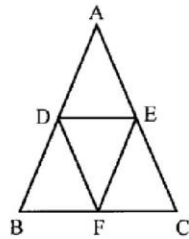
3. AD הוא גובה לצלע BC במשולש ABC.
E ו-F הן אמצעי הקטעים AC ו-DC בהתאמה.
הוכח: $EF \perp DC$.



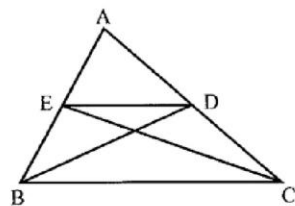
4. במשולש ABC הנקודות D, E ו-F הן
בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC.
א. הוכח: $\triangle ADE \cong \triangle DBF$.
ב. הוכח: המרובע DECF הוא מקבילית.



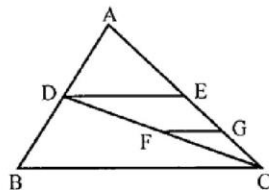
5. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
נתון: $\angle BDC = 90^\circ$.
הוכח: $AC = BC$.



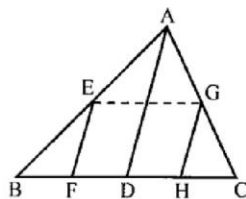
6. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
הנקודות D, E ו-F הן אמצעי
הצלעות AB, AC ו-BC בהתאמה.
הוכח: המרובע ADFE הוא מעוין.



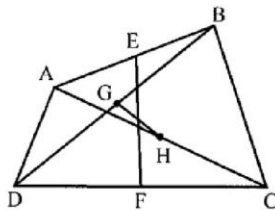
7. במשולש ABC, BD הוא תיכון לצלע AC
ו-CE הוא תיכון לצלע AB.
הוכח: $DE \parallel BC$.



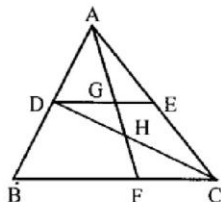
8. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC.
א. נתון: $BC = 12$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע GF.
ב. הוכח: $AC = 4GE$.
תשובה: א. 3 ס"מ.



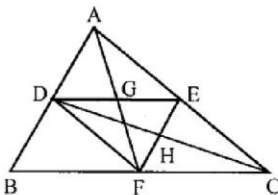
9. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש ABC.
 EF הוא קטע אמצעים במשולש ABD.
 GH הוא קטע אמצעים במשולש ACD.
 א. הוכח: המרובע EFHG הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $EG = \frac{1}{2}BC$.



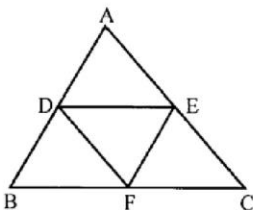
10. במרובע ABCD הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-CD, בהתאמה. הנקודות G ו-H הן אמצעי האלכסונים AC ו-BD, בהתאמה. הוכח: $GE = FH$.



11. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. F היא נקודה על הצלע BC. AF ו-DE נחתכים בנקודה G. נתון: $BF = 2CF$. הוכח: $CH = DH$.

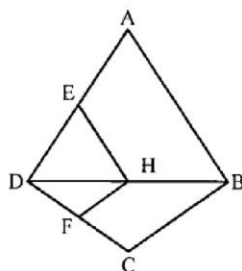


12. במשולש ABC, הנקודות D, E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC. הוכח: המרובעים ADFE ו-DECF הם מקבילים.
 ב. הוכח: $AC = 4GH$.



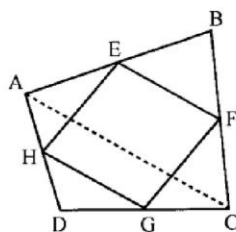
13. הנקודות D, E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC של משולש ABC. נתון כי היקף המשולש DEF הוא 12 ס"מ. מהו היקף המשולש ABC?

תשובה: 24 ס"מ.



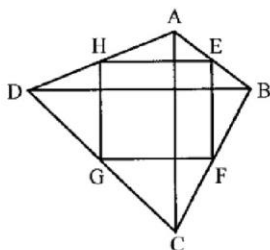
14. המרובע ABCD הוא דלתון ($CB = CD$, $AB = AD$). הנקודות E, H ו-F הן אמצעי הקטעים AD, DC ו-BD בהתאמה. א. הוכח: המרובע EHFH הוא דלתון.
 ב. נתון כי היקף הדלתון EHFH הוא 12 ס"מ. מהו היקף הדלתון ABCD?

תשובה: ב. 24 ס"מ.

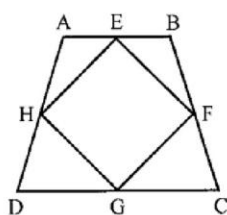


15. במרובע ABCD, הנקודות E, F, G, H- הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD, AD בהתאמה.
א. הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.
ב. נתון: $AC + BD = 12$ ס"מ.
חשב את היקף המקבילית EFGH.

תשובה: ב. 12 ס"מ.

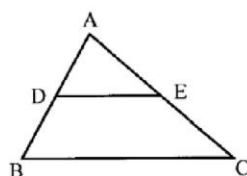


16. במרובע ABCD, האלכסונים AC ו-BD מאונכים זה לזה. הנקודות E, F, G, H- הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD, AD בהתאמה.
הוכח: המרובע EFGH הוא מלבן.



17. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). הנקודות E, F, G, H- הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD, AD בהתאמה.
כך שהמרובע EFGH הוא ריבוע.
א. הוכח: ABCD טרפז שווה-שוקיים.
ב. הוכח: $AC \perp BD$.

הוכחת קטע אמצעים



נתון משולש ABC, והנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו-AC.
כדי להוכיח ש-DE הוא קטע אמצעים במשולש נסתמך על אחד מהמשפטים הבאים:

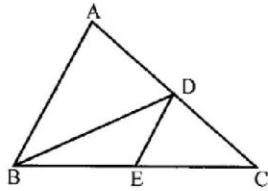
משפט: קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת, הוא קטע אמצעים במשולש.

אם במשולש ABC נתון: $AD = DB$, $DE \parallel BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש-DE הוא קטע אמצעים במשולש, מתקיים גם $DE = \frac{1}{2}BC$, $AE = EC$).

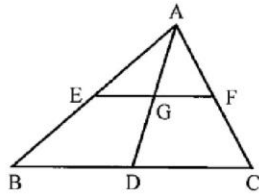
משפט: קטע המחבר נקודות על שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.

אם במשולש ABC נתון: $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש-DE הוא קטע אמצעים מתקיים גם $AE = EC$, $AD = DB$).

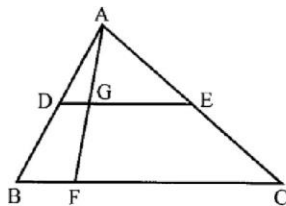
הערה: אם קטע מחבר אמצעי שתי צלעות במשולש, אז על פי הגדרה הוא קטע אמצעים במשולש.



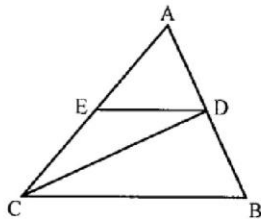
18. BD הוא תיכון לצלע AC במשולש ABC.
E היא נקודה על הצלע BC.
נתון: $DE \parallel AB$.
הוכח: $BE = EC$.



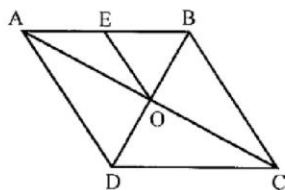
19. EF הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
D היא נקודה על הצלע BC.
AD ו-EF נחתכים בנקודה G.
הוכח: אם AD הוא תיכון במשולש ABC,
אז AG הוא תיכון במשולש AEF.



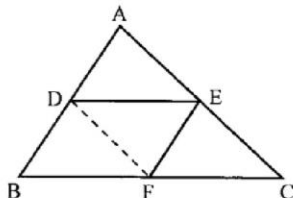
20. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הצלע BC.
הקטע AF חותך את DE בנקודה G.
נתון: $GE = 3 \cdot DG$. הוכח: $BC = 4 \cdot BF$.



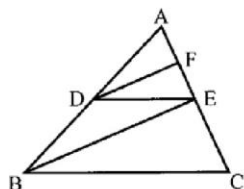
21. הנקודה D היא אמצע הצלע AB במשולש ABC.
הקטע DC חוצה את הזווית ACB.
הנקודה E נמצאת על הצלע AC
כך שמתקיים $DE = CE$.
הוכח: E – אמצע הקטע AC.



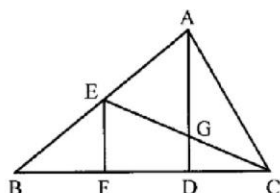
22. המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסונו
נפגשים בנקודה O.
הנקודה E נמצאת על הצלע AB.
נתון: $OE \parallel BC$.
הוכח: $OE = \frac{1}{2}DC$.



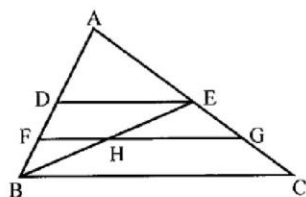
23. הנקודה D היא אמצע הצלע AB של משולש ABC.
בתוך המשולש חסומה מקבילית DEFB.
הוכח: המרובע ADFE הוא מקבילית.



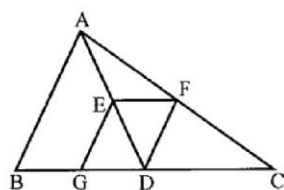
24. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הקטע AE
כך שמתקיים $DF \parallel BE$.
הוכח: $FE = \frac{1}{2}EC$.



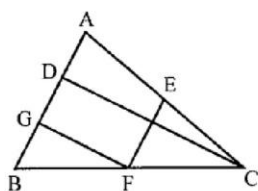
25. AD הוא הגובה ל-BC במשולש ABC.
EF הוא הגובה ל-BC במשולש EBC.
נתון: $BF = FD = DC$.
הוכח: $AG = 3DG$.



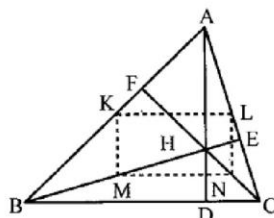
26. במשולש ABC נתון: $AD = DB$,
 $FG \parallel BC$, $DF = BF$, $AE = EC$.
הוכח: $GH = 2FH$.



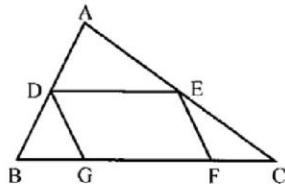
27. AD הוא תיכון לצלע BC במשולש ABC.
E – אמצע התיכון AD.
נתון: $GE \parallel AB$, $DF \parallel AB$.
הוכח: מרובע EFDG
הוא מקבילית.



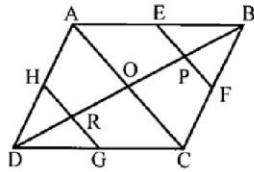
28. CD הוא גובה במשולש ABC.
הנקודות E, F ו-G הן אמצעי הקטעים
AC, BC ו-BD בהתאמה.
הוכח: $GF \perp EF$.



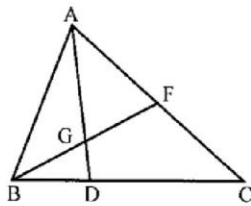
- 29 ★ גבהי המשולש ABC נפגשים בנקודה H.
נתון: $BK = KA$, $CL = LA$,
 $CN = NH$, $BM = MH$.
הוכח: המרובע KLMN הוא מלבן.



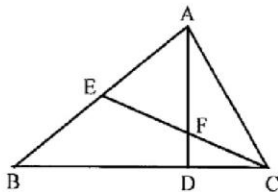
30. במשולש ABC חסומה מקבילית
 נתון: $AD = DB$, $DEFG$
 הוכח: $BG + CF = GF$



31. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E, F, G, H
 הן בהתאמה אמצעי הצלעות
 AB, BC, CD, AD.
 הוכח: $OP = OR$

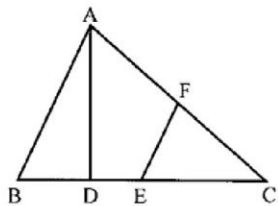


32. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC.
 הנקודה F נמצאת על הצלע AC.
 נתון: $DC = 2BD$, $AF = FC$, $4 \text{ ס"מ} = DG$.
 חשב את אורך הקטע AG.
הדרכה: דרך F העבר מקביל ל-AD.
תשובה: 12 ס"מ.

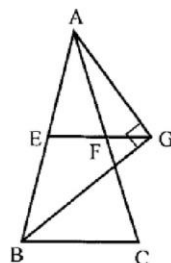


- 33 ★. CE הוא תיכון לצלע AB במשולש ABC.
 D היא נקודה על הצלע BC.
 AD ו-CE נחתכים בנקודה F.
 נתון: $AF = 3DF$.
 הוכח: $BD = 2DC$

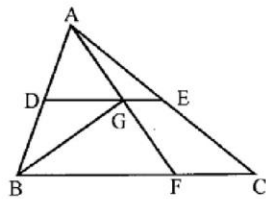
34. במשולש ABC, הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו-AC.
 נתון: $AD = BD$, $AE < CE$. הוכח: $\angle AED > \angle C$.



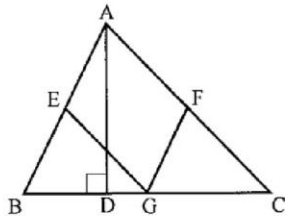
35. AD הוא הגובה לצלע BC של משולש ABC.
 נתון: $\angle B = 60^\circ$, $AF = CF$, $BE = CE$.
 הוכח: $BD = EF$



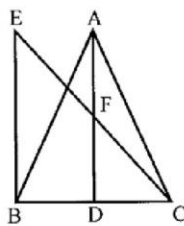
36. EF הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 הנקודה G נמצאת על המשך הקטע EF,
 כך ש- $AG \perp BG$.
 א. הוכח: $GE = BE$.
 ב. הוכח: BG חוצה את הזווית ABC.



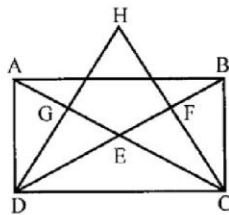
37. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 AF חותך את DE בנקודה G.
 נתון: $BD = DG$.
 הוכח: $AF \perp BG$.



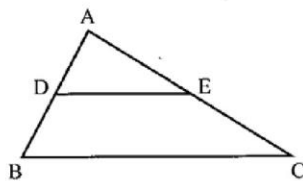
38. AD הוא גובה לצלע BC במשולש ABC.
 הנקודות E, F ו-G הן אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC בהתאמה.
 הוכח: $GF + GE = DF + DE$.



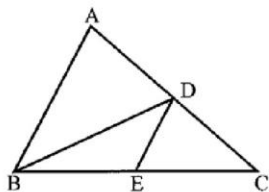
39. ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$) שבו AD הוא גובה לבסיס. מנקודה B מעלים אנך ל-BC. מסמנים על אנך זה את הנקודה E, כך שהקטעים EC ו-AD נחתכים בנקודה F, הנמצאת בתוך המשולש ABC.
 א. הוכח: $EF = FC$.
 ב. נתון: $ED = AC$.
 הוכח: המרובע ACDE הוא מקבילית.



40. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. הנקודות G ו-F הן אמצעי הקטעים AE ו-BE בהתאמה.
 הוכח: המרובע GEFH הוא דלתון.



41. הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות AB ו-AC של משולש ABC.
 נתון: $DE \parallel BC$, $DE = 4$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ.
 הוכח: $AD = BD$.

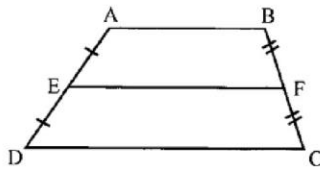


42. הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות AC ו-BC של משולש ABC.
 נתון: $\angle BAC = \angle EDC$, $AB = 2 \cdot DE$.
 הוכח: BD הוא תיכון לצלע AC.

43. הוכח את המשפט: קטע אמצעים במשולש המחבר את האמצעים של שתי צלעות במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

קטע אמצעים בטרפז

קטע המחבר את אמצעי השוקיים של טרפז נקרא קטע אמצעים בטרפז.



אם המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) ונתון: $BF = FC$, $AE = DE$, אזי EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

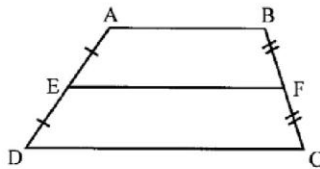
משפט: קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסי הטרפז ושווה למחצית סכומם.

אם המרובע ABCD הוא טרפז $AB \parallel DC$ ו-EF הוא קטע אמצעים בטרפז, אזי מתקיים:

$$EF \parallel DC, EF \parallel AB \quad (1) \quad EF = \frac{AB + DC}{2} \quad (2)$$

כאשר נתון קטע המחבר נקודות על שוקי הטרפז נוכל להוכיח שהוא קטע אמצעים בטרפז גם בהסתמך על המשפט הבא:

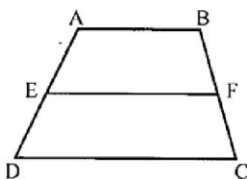
משפט: קטע היוצא מאמצע שוק אחת של הטרפז ומקביל לאחד מבסיסי הטרפז הוא קטע אמצעים בטרפז.



אם המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) ונתון: $EF \parallel AB$, $AE = DE$, אזי EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

הערה: מהעובדה ש-EF הוא קטע אמצעים בטרפז, נובע ש-EF חוצה את השוק השנייה BC, כלומר $BF = FC$. כמו כן, נובע ש-EF שווה למחצית סכומם של בסיסי הטרפז, כלומר $EF = \frac{AB + DC}{2}$.

תרגילים



1. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). EF הוא קטע אמצעים בטרפז. נתון: $AB = 5$ ס"מ, $DC = 9$ ס"מ. חשב את אורך הקטע EF.

תשובה: 7 ס"מ.

2. הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי השוקיים AD ו-BC בטרפז ABCD. נתון: DC גדול ב-4 ס"מ מ-AB, $EF = 9$ ס"מ. חשב את בסיסי הטרפז.

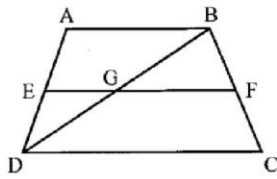
תשובה: 7 ס"מ, 11 ס"מ.

3. היקפו של טרפז שווה-שוקיים הוא 36 ס"מ. קטע האמצעים בטרפז גדול ב-2 ס"מ משוק הטרפז. חשב את שוק הטרפז.

תשובה: 8 ס"מ.

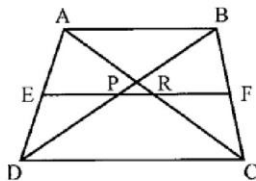
4. הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי השוקיים AD ו-BC של טרפז ABCD. נתון: $\angle ABF = 2 \cdot \angle BFE$, $\angle DEF = 3 \cdot \angle EDC$. חשב את זוויותיו של הטרפז.

תשובה: $45^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 135^\circ$.



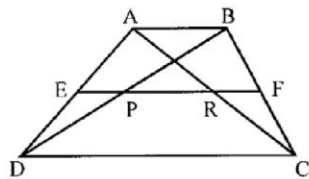
5. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD. EF ו-BD נחתכים בנקודה G. נתון: $EG = 4$ ס"מ, $GF = 7$ ס"מ. חשב את בסיסי הטרפז.

תשובה: $AB = 8$ ס"מ, $DC = 14$ ס"מ.



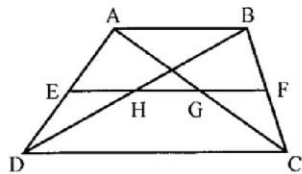
6. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD. EF חותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה. נתון: $AB = 12$ ס"מ, $DC = 18$ ס"מ. חשב את אורך הקטע PR.

תשובה: 3 ס"מ.

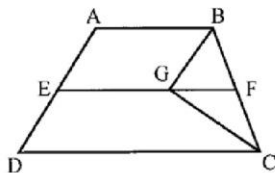


7. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD. EF חותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה. א. הוכח: $EP = RF$.

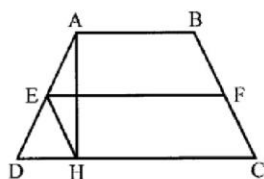
ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.



8. ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) שבו $DC = 2AB$. EF הוא קטע אמצעים בטרפז. AC ו-BD חותכים את EF בנקודות G ו-H. א. הוכח: $EH = HG = GF$. ב. הוכח: $AH \parallel BF$.

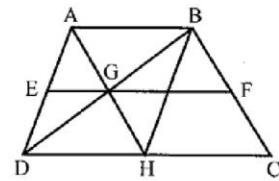


9. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD. G היא נקודה על הקטע EF. הקטע BG חוצה את הזווית ABC. הוכח: $BG \perp CG$.

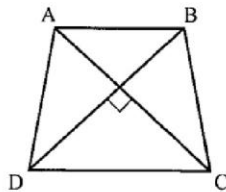


10. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AD = BC$). EF הוא קטע אמצעים בטרפז. AH הוא גובה בטרפז. הוכח: המרובע EFCH הוא מקבילית.

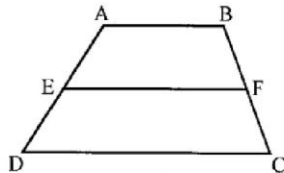
11. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חוצה-זווית ABC חותך את חוצה-זווית BCD בנקודה K , ואת הבסיס DC בנקודה E .
 א. הוכח: $\angle BKC = 90^\circ$.
 ב. דרך הנקודה K מעבירים מקביל לבסיסי הטרפז. הוכח כי המקביל הוא קטע אמצעים בטרפז $ABCD$.
 ג. נתון: $BC = 6$ ס"מ, $AB = 2$ ס"מ, $DE = 8$ ס"מ.
 חשב את האורך של קטע האמצעים בטרפז $ABCD$. נמק.
- תשובה:** ג. 8 ס"מ.



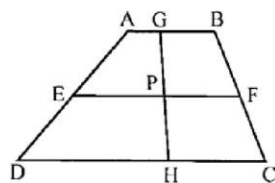
12. EF הוא קטע אמצעים בטרפז $ABCD$.
 BD ו- EF נחתכים בנקודה G .
 המשך הקטע AG חותך את הבסיס DC בנקודה H .
 הוכח: $AD \parallel BH$, $AD = BH$.



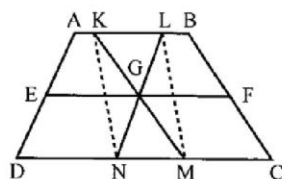
13. המרובע $ABCD$ הוא טרפז שווה-שוקיים ($AB \parallel DC$).
 אלכסוני הטרפז מאונכים זה לזה.
 הוכח שגובה הטרפז שווה לקטע אמצעים של הטרפז.



14. המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 הנקודות E ו- F נמצאות על השוקיים AD ו- BC בהתאמה. נתון: $EF \parallel DC$, $EF = 11$ ס"מ, $AB = 8$ ס"מ, $AE = ED$.
 חשב את אורך הבסיס DC .
- תשובה:** 14 ס"מ.

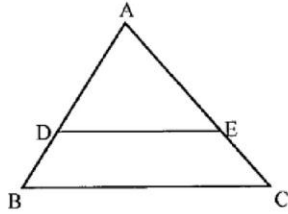


15. EF הוא קטע אמצעים בטרפז $ABCD$.
 G ו- H הן נקודות על הבסיסים AB ו- DC בהתאמה.
 GH ו- EF נחתכים בנקודה P .
 הוכח: $GP = PH$.

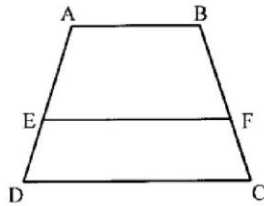


16. EF הוא קטע אמצעים בטרפז $ABCD$.
 הקטעים KM ו- LN נחתכים בנקודה G .
 הנמצאת על הקטע EF .
 הוכח: המרובע $KLMN$ הוא מקבילית.

17. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$), הנקודות E ו- F נמצאות בהתאמה על השוקיים AD ו- BC . נתון: $AB = 7$ ס"מ, $DC = 13$ ס"מ, $EF = 10$ ס"מ, $EF \parallel DC$.
 א. הוכח: E – אמצע השוק AD .
 ב. הקטעים AC ו- EF נחתכים בנקודה G . חשב את אורך הקטע GF .
תשובה: ב. 3.5 ס"מ.



- 18★. במשולש ABC , הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC , בהתאמה. נתון: $DE \parallel BC$, $DE = 6$ ס"מ, $AD = 2BD$.
 חשב את אורך הצלע BC .
תשובה: 9 ס"מ.



- 19★. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) הנקודות E ו- F נמצאות על השוקיים AD ו- BC בהתאמה, כך ש- $EF \parallel DC$. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $DC = 12$ ס"מ, $AE = 2DE$.
 חשב את אורך הקטע EF .
תשובה: 10 ס"מ.

20. הוכח את המשפט: קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסי הטרפז ושווה למחצית סכומם.

21. הוכח את המשפט: קטע היוצא מאמצע שוק אחת של טרפז ומקביל לבסיסי הטרפז הוא קטע אמצעים בטרפז.

שם התלמיד: _____

דף עבודה בנושא בניות בגיאומטריה

את המטלות יש לבצע על דף חלק בעזרת מחוגה וסרגל ללא מידות.

הראו את שלבי הבנייה בעזרת המחוגה.

תאריך הגשה: _____

1. העתיקו לדף חלק את הקטע הבא:



2. חצו את הקטע לשני קטעים שווים באורכם.

3.

(א) סרטטו קטע AB כרצונכם.

(ב) מצאו את נקודת האמצע של הקטע AB שסרטטתם.

סמנו אותה באות D.

(ג) העלו אנך לקטע AB מנקודה D.

(ד) בחרו נקודה כרצונכם על האנך. סמנו אותה באות C.

(ה) חברו את הנקודות A ו-C ו-B ו-C.

(ו) הוכיחו כי $\triangle ABC$ שהתקבל הוא משולש שווה-שוקיים.

4.

לפניכם זווית γ .

(א) העתיקו אותה למחברתכם.

(ב) בנו את חוצה-זווית γ .



דף עזר בגיאומטריה

איך מוכיחים שמרובע הוא מקבילית?

מספיק להוכיח שהמרובע מקיים את אחד המשפטים הבאים :

1. שני זוגות זוויות נגדיות שוות זו לזו.
2. שני זוגות צלעות נגדיות שוות זו לזו.
3. שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
4. זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו ושוות זו לזו.
5. האלכסונים חוצים זה את זה.

איך מוכיחים שמרובע הוא מלבן?

מספיק להוכיח שהמרובע מקיים את אחד מהמשפטים הבאים :

1. מוכיחים שהמרובע הוא מקבילית (לפי אחד מהסעיפים למעלה), ואז מוכיחים שקיימת במקבילית זווית ישרה.
2. מוכיחים שהמרובע הוא מקבילית שאלכסוניה שווים זה לזה.
3. מוכיחים שיש במרובע 3 זוויות ישרות ואז הרביעית גם ישרה.

איך מוכיחים שהמרובע הוא מעוין?

מספיק להוכיח שהמרובע מקיים את אחד המשפטים הבאים :

1. מוכיחים שכל צלעות המרובע שוות זו לזו.
2. מוכיחים שהמרובע הוא מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות.
3. מוכיחים שהמרובע הוא מקבילית שבה אלכסון חוצה זווית.
4. מוכיחים שהמרובע הוא מקבילית שאלכסוניה מאונכים זה לזה.

איך מוכיחים שהמרובע הוא ריבוע?

מספיק להוכיח שהמרובע מקיים את אחד המשפטים הבאים :

1. מוכיחים שהמרובע הוא מעוין בעל זווית ישרה.
2. מוכיחים שהמרובע הוא מלבן בעל שתי צלעות סמוכות שוות.
3. אם במלבן אחד האלכסונים חוצה זווית אז הוא ריבוע.
4. אם במלבן האלכסונים מאונכים זה לזה אז הוא ריבוע.
5. אם במעוין האלכסונים שווים זה לזה אז הוא ריבוע.
6. אם במרובע כל הצלעות וכל הזוויות שוות אז הוא ריבוע.
7. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, שווים זה לזה ואחד האלכסונים חוצה את הזווית אז הוא ריבוע.
8. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה, שווים זה לזה ומאונכים זה לזה אז הוא ריבוע.

איך מוכיחים שמרובע הוא טרפז?

מספיק להוכיח שהמרובע מקיים את אחד המשפטים הבאים :

1. מוכיחים שיש במרובע זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות.

איך מוכיחים שמרובע הוא טרפז שווה שוקיים?

2. בהנחה שכבר הוכחנו שהמרובע הוא טרפז אז מספיק להוכיח את אחד המשפטים הבאים :
הצלעות הלא מקבילות של הטרפז שוות זו לזו.
3. הזוויות ליש הבסיס שוות זו לזו.
4. האלכסונים שווים זה לזה.